Matematiska Institutionen
CTH & GU

Vilhelm Adolfsson, 772 53 07, vilhelm@math.chalmers.se

Inlämningsdatum: Fredag 23/4

Inlämningsuppgift 1 för Linjär algebra och analys, Kf1, lp IV, 1999

Obligatorisk(a) inlämningsuppgift(er):

1. Låt V vara ett linjärt rum av dimension n. Visa att
   (a) $n+1$ eller fler vektorer i V är alltid linjärt beroende.
   (b) n vektorer i V som är linjärt oberoende är alltid en bas för V.
   (c) n vektorer i V som genererar V är alltid en bas för V.
2. Förklara varför fyra eller fler vektorer i $\mathbf{R}^3$ måste vara linjärt beroende.
3. Visa att om en matris har fler kolonner än rader så är kolonnvektorerna linjärt beroende.
4. Antag att V är ett linjärt rum med norm $\|\cdot\|$. Visa att "triangelolikheten nedåt" gäller; dvs

$$|\,\|x\| - \|y\|\,| \leq \|x-y\|, \ \forall x, y \in V.$$

Frivillig(a) inlämningsuppgift(er):

1. Finn en bas för värderummet $\mathrm{V}(A)$, och nollrummet $\mathrm{N}(A)$ till matrisen $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 3 & -3 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$, samt ange $\dim \mathrm{V}(A)$ och $\dim \mathrm{N}(A)$.
2. Finn en bas för det linjära rum U som genereras av polynomen $x^4 - x^2,\ x^4 + x^3 + x + 1,\ x^4 - x^3 - 2x^2 - x - 1$ och $x^3 + 1$ och ange dimensionen av U.
3. Beteckna med V mängden av alla reella polynom $p(x)$ av grad ≤ 4 sådana att $p(0) = 0$ och

$$\int_0^1 p(x)\,dx = 0.$$

   Visa att V är ett linjärt rum och ange en bas och dimensionen av V.