Matematiska Institutionen
CTH & GU

Kurs-PM, Linjär algebra och analys, Kf1, TMA 770, lp IV, 1999

(Kurs-info finns också under `http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tma770/`)

Föreläsare och examinator

Vilhelm Adolfsson, MC rum 1330, 772 53 07, 748 09 07, vilhelm@math.chalmers.se

Kurslitteratur

LAT	Holmåker, *Linjär algebra med tillämpningar*, Göteborg 1997
PS	*Problemsamling till Linjär algebra med tillämpningar*, Göteborg 1996
KÖ	*Kompletterande övningar till Linjär algebra och analys, Kf1, lp IV*, 1999
MAT	Eriksson, Larsson, Wahde, *Matematisk analys med tillämpningar, del 3*, Gteborg 1998
SI	Stencilerat kursmaterial om steg- och impulsfunktioner

LAT och PS säljs vid första undervisningstillfället och därefter på DC. KÖ och SI delas ut vid lämplig föreläsning.

Kursomfattning

LAT kapitel 1-6, MAT avsnitt 19.5 (inkl appendix) och kapitel 20, samt SI.

Examination

Skriftlig tentamen innehållande 8 uppgifter, varav 6 är problem (38p) och 2 är teorifrågor (12p). För godkännt (betyg 3) krävs 20 poäng och för betygen 4 och 5 krävs 30 respektive 40 poäng.
En av teorifrågorna på tentamen kan väljas bland inlämningsuppgifterna, (se nedan). Annars väljs de bland teoriuppgifterna på bifogad lista.
Inga hjälpmedel är tillåtna på tentamen.
Ordinarie tentamen äger rum tisdag 1/6, **f**, **mg**.

Inlämningsuppgifter

Under kursens gång kommer ett antal inlämningsuppgifter att utdelas, varav en del är obligatoriska för att få godkänt på kursen och en del är frivilliga. Godkänt på de frivilliga inlämningsuppgifterna ger 2 bonuspoäng på slutprovet. Eventuella bonuspoäng får även tillgodoräknas vid (om)tentamen under augustiperioden, men ej senare.

Preliminärt schema

vecka	dag		Föreläsning	Lektion	Självverksamhet
11	M 15/3	10-12	LAT kap. 1	3,	
		13-15	LAT kap. 1	5bcfg,	
	O 17/3	13-15	LAT kap. 1		
	To 18/3	08-10	LAT kap. 1		2,4,5adeh,6abcde,
		15-17		A1,A2,6fg,13,16,17d	14ab,17be,18,A4,A5,
					A6,A7,A8,20c,23,24,
	F 19/3	10-12		A3,19,20ab,22a,	31bcd,33bcd,34ad,37,
				25,26a	41bc,44b,45b,
12	M 22/3	08-10	LAT kap. 2		
		15-17		31a,33a,35,39,	46,47,49,50,51,
				41a,44a,45a	54,56,59,61bc,
	O 24/3	13-15	LAT kap. 2		
	To 25/3	08-10	LAT kap. 2		
		15-17		52,53,55,58,	64ac,65,66,67ac,
				61a,62,63	70,76,77,78,79bd,
	F 26/3	10-12		64b,68,72,	80ac,81b,85,87,89,
				73,79c	B3,B4,B5,B6,B7,

vecka	dag		Föreläsning	Lektion	Självverksamhet
15	M 12/4	15-17	LAT kap. 2		
	Ti 13/4	08-10		B1,B2,81a,83, 84,90,91	94abf,95abcf,99, 102,104,106,
	O 14/4	13-15	LAT kap. 3		
	To 15/4	08-10		92,94cd,95d, 96,103	108,113,116ac, 117ad,118c,
		15-17	LAT kap. 3		
	F 16/4	08-10	LAT kap. 3		
16	O 21/4	10-12		109,116b,117c, 120	123abde,124,125, 134acf,100bc,132,
		13-15	LAT kap. 4		
	To 22/4	13-15	LAT kap. 4		
	F 23/4	15-17		123c,130,134b, 139,140	133,135,141,143, 144ab,151,
17	Ti 27/4	08-10	LAT kap. 4		
	O 28/4	10-12		144c,147,149,100a, 150,152	155a,157b,158ac, 160b,164acd,166b,
18	M 3/5	08-10	LAT kap. 4		
		13-15		157a,158b,160a, 164b,166a	161,162a,174,175, C5 - C10,D3 - D5,
	O 5/5	15-17	LAT kap. 5		
	To 6/5	10-12	LAT kap. 5		
		13-15		C1,C2,C3,C4	180,181,183,185bde,
19	M 10/5	08-10		D1,D2,179,185ac	SI:14.1acdhj,14.2abf,
		13-15	SI		
	O 12/5	10-12		SI: 14.1f,14.3g,14.5b, 14.9fk,14.12f,14.10g	14.3abdh,14.5acf,14.6ach, 14.9aeil,14.10abef,14.12abghi,
		13-15	MAT kap. 19		
20	M 17/5	08-10	MAT kap. 19		
		13-15	MAT kap. 19		
	O 19/5	10-12		MAT: 1902ac, 1903aek,1907,1909a	1902b,1903bcfj,1908ab, 1909b,1910ace,1914,
		13-15		1910bd,1911,1912, 1913,1918b	1917,1918a
	F 21/5	10-12		Repetition	

Teoriuppgifter

1. Låt V vara ett linjärt rum med dimensionen $n > 0$. Visa att det finns minst en uppsättning av n linjärt oberoende vektorer i V samt att varje sådan uppsättning är en bas för V.

2. Låt V vara ett linjärt rum som genereras av vektorerna $u_1, \ldots, u_n$. Visa att varje uppsättning av fler än n vektorer i V är linjärt beroende.

3. Formulera och bevisa dimensionssatsen.

4. Låt V vara ett n-dimensionellt linjärt rum. Visa hur koordinaterna för en vektor $u \in V$ transformeras vid basbyte.

5. Formulera och bevisa Cauchy-Schwartz' olikhet.

6. Formulera och bevisa triangelolikheten.

7. Visa att varje ändligdimensionellt linjärt rum V med skalärprodukt har en ON-bas.

8. Låt U vara ett ändligdimensionellt underrum av V. Visa att det för varje $v \in V$ finns en entydigt bestämd vektor $u' \in U$ sådan att $v - u' \in U^{\perp}$. Visa också hur u' kan skrivas med hjälp av en ON-bas för U.

9. Formulera och bevisa satsen gällande minsta avståndet mellan en vektor $v \in V$ och ett underrum U av V.

10. Formulera och bevisa satsen om minsta kvadratmetoden för ett linjärt ekvationssystem $A\vec{x} = \vec{b}$.

11. Formulera och bevisa satsen om allmänna lösningen till en linjär ekvation $F(u) = v$.

12. Låt F vara en linjär avbildning på ett n-dimensionellt linjärt rum. Visa hur matrisen för F transformeras vid basbyte.

13. Låt P vara en ortogonal $n \times n$-matris. Visa att

    - $\det P = \pm 1$,
    - $(P\vec{x}) \cdot (P\vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y}$ för alla $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbf{R}^n$,
    - $\|P\vec{x}\| = \|\vec{x}\|$ för alla $\vec{x} \in \mathbf{R}^n$,
    - $\vec{x} \perp \vec{y} \Rightarrow P\vec{x} \perp P\vec{y}$.

14. Formulera och bevisa satsen om hur egenvärdena till en linjär avbildning fås som rötterna till karakteristiska ekvationen $\det(A - \lambda E) = 0$.

15. Antag att $n \times n$-matrisen A har n stycken linjärt oberoende egenvektorer. Visa att A är diagonaliserbar.

16. Låt A vara en $n \times n$-matris.

    - Bevisa att egenvektorer till A hörande till olika egenvärden är linjärt oberoende.
    - Bevisa att om den karakteristiska ekvationen $\det(A - \lambda E) = 0$ har enbart enkla rötter, så kan A diagonaliseras.

17. Låt A vara en reell symmetrisk $n \times n$-matris. Visa att alla egenvärden till A är reella, och att egenvektorerna till A kan väljas reella.

18. Låt F vara en symmetrisk linjär avbildning på ett reellt linjärt rum med skalärprodukt. Visa att egenvektorer hörande till olika egenvärden är ortogonala.

19. Formulera och bevisa spektralsatsen för symmetriska avbildningar.

20. Låt $q = \vec{x}^t A \vec{x}$ vara en kvadratisk form på $\mathbf{R}^n$. Härled diagonalformen av q, och visa att q är positivt definit om och endast om alla egenvärden till A är positiva.

21. Låt A vara en symmetrisk matris med minsta egenvärdet λ_{min} och största egenvärdet λ_{max}. Visa att
    $$\lambda_{min}\|\vec{x}\|^2 \leq \vec{x}^t A \vec{x} \leq \lambda_{max}\|\vec{x}\|^2.$$
    När fås likhet till vänster respektive höger i olikheten ovan? Bevisa ditt påstående.

22. Visa att det bästa approximerande trigonometriska polynomet av ordning n till en funktion f sådan att $\int_{-\pi}^{\pi} f^2\,dx < \infty$, är partialsumman till f:s fourierserie, om man med bästa approximation menar att man gör det kvadratiska medelfelet så litet som möjligt.

23. Formulera och bevisa Bessels olikhet.