

TMA184 Linjär algebra V, vt 13

Vecko-PM läsvecka 6

Lay: 7.1-7.2, 7.4 Symmetriska matriser.

I kapitel 7.1 studeras diagonalisering av reella symmetriska matriser, alltså matriser som uppfyller $A^T = A$. Spänningsmatrisen $\mathcal{S}$, som vi nämnde i förra vecko-PM, är alltid symmetrisk. Många andra tillämpningar leder också till symmetriska matriser så resultaten i kapitlet är mycket användbara. Sats 2 och 3 är mycket viktiga. De säger bland annat att symmetriska matriser alltid är diagonaliserbara. Om A är en symmetrisk $n \times n$ -matris så finns det till och med en ortonormerad bas för $\mathbb{R}^n$ som består av egenvektorer till A . Man kan då skriva $A = PDP^{-1} = PDP^T$ med basbytesmatrisen P ortogonal, vilket vi utnyttjade redan i datorlabb 3.

I kapitel 7.2 studerar vi kvadratiska former – funktioner från $\mathbb{R}^n$ till $\mathbb{R}$ som ges av ett andra-gradspolynom som endast har termer av grad två, t.ex. $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 - x_3^2$. Sådana funktioner passar in i denna kurs genom att de ges av en matris A , $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A \mathbf{x}$. Matrisen A är inte entydigt bestämd, men det finns en entydigt bestämd *symmetrisk* matris som ger f . Att alla symmetriska matriser kan diagonaliseras innebär att man alltid kan göra ett koordinatbyte som förenklar funktionsuttrycket. I exemplet med spänningsmatris ges normalspänningen på en viss snittyta med enhetsnormalvektor $\mathbf{n}$ av $\sigma = \mathbf{n}^T \mathcal{S} \mathbf{n}$. Detta är alltså en kvadratisk form, diagonalisering visar hur normalspänningen i en viss riktning samspelar med huvudspänningarna. Som vi skall se i flervariabelanalysen är diagonalisering av kvadratiska former också fundamentalt för extremvärdesundersökningar i flera variabler.

I kapitel 7.4 studerar vi singularvärdesfaktorisering av en matris, vilket är en mycket viktig teknik, både för matematisk teori och för praktiska tillämpningar.

Lärmål:

För att bli godkänd på kursen skall du kunna:

Lay	Mål
7.1	tillämpa satserna 7.1.1 – 7.1.3 vid problemlösning.
7.2	tillämpa sats 7.2.4 (Satsen om principalaxlar) för att skriva en kvadratisk form utan blandade termer.

För överbetyg skall du också kunna:

Lay	Mål
7.2	förklara vad som menas med positivt definit, negativt definit och indefinit kvadratisk form och tillämpa sats 7.2.5 för klassificering av kvadratiske former.

Rekommenderade uppgifter

(PP är förkortning av Practice problems. Här menas att du bör inleda med att göra alla dessa. Du hittar dem direkt före övningarna till respektive avsnitt.)

Avsnitt	Godkäntnivå		Överbetygsnivå
	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	
7.1	PP, 1 - 11	15, 17, 24, 26	28, 29, 35
7.2	PP, 1, 3, 5	7	9, 21a-e, 22