

TMA 184 Linjär algebra V, vt 15

Vecko-PM läsvecka 5

Lay: 5.1-5.4, Egenvärden och egenvektorer

Begreppen *egenvektor* och *egenvärde* som introduceras i **5.1** är centrala, såväl i matematik som i många tillämpningar. I många problem är det väsentligt att bestämma en bas för $\mathbb{R}^n$ bestående av egenvektorer till en matris A . Det första steget är då att lösa matrisens karakteristiska ekvation som nämns i **5.2**. Sedan kan man ofta stödja sig på Sats 6 för att bestämma den önskade basen. En viktig tillämpning av detta ges i **5.3**, diagonalisering av matriser, och senare då diagonaliseringen utnyttjas i olika tillämpningar.

En annan intressant tillämpning ges i hållfasthetslära. Spänningsmatrisen $\mathcal{S} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$

beskriver normalspänningar σ och skjuvspänningar τ i plan parallella med koordinatplanen, genom en kropp som påverkas av inre och yttre krafter. Egenvektorer till matrisen $\mathcal{S}$ är huvudspänningsriktningarna, motsvarande egenvärden är normalspänningen i plan vinkelräta mot egenvektorn. I dessa plan är skjuvspänningen noll. Matrisen $\mathcal{S}$ är alltid symmetrisk och därmed, vilket vi skall se senare, alltid diagonaliserbar.

Lärmål:

För att bli godkänd på kursen skall du kunna:

Lay	Mål
5.1	definiera begreppen <i>egenvektor</i> och <i>egenvärde</i>
5.2	förklara varför lösningarna till den karakteristiska ekvationen till en matris är matrisens egenvärden
5.2	bestämma egenvärden och egenvektorer till en matris
5.3	bestämma egenvektorsbas till en matris
5.3	<i>diagonalisera</i> en matris
5.3	beräkna potenser av en matris med hjälp av diagonalisering

För överbetyg skall du också kunna:

Lay	Mål
5.4	tillämpa diagonalisering i samband med linjära avbildningar

Rekommenderade uppgifter

(PP är förkortning av Practice problems. Här menas att du bör inleda med att göra alla dessa. Du hittar dem direkt före övningarna till respektive avsnitt.)

Avsnitt	Godkäntnivå		Överbetygsnivå
	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	
5.1	PP, 1, 3, 5, 6, 7, 9	13, 15, 17, 19, 21	25, 29, 31
5.2	PP, 1, 5, 9	13, 17, 21, 27, 30	18, 20, 24
5.3	PP, 1, 5, 7	3, 11, 15, 17, 21	23, 27
5.4			PP, 1, 3, 5, 9, 11, 15, 21, 32