MATEMATIK OCH OPTIONER (CTH[$TMA861$]&GU[$MAN690$])

lp3-lp4, 1997/98

Läromedel

Borell, C., Matematik och optioner, kap 1-12, Matematiska instutionen CTH&GU, Version: jan 98 (kompendium).

Examinations-PM

Det skriftliga slutprovet äger rum lördagen den 25 april 1998, kl $8^{45} - 14^{45}$, i gamla maskinhuset. Vi planerar en omtenta i slutet av maj.

Det skriftliga slutprovet omfattar 25 poäng. Kursen har sex ej obligatoriska inlämningsuppgifter. Av dessa räknas endast de fem bästa resultaten och man kan maximalt erhålla $5 \times 9 = 45$ poäng från denna del. Erhålls X poäng på slutprovet och sammanlagt Y poäng från de fem bästa inlämningsuppgifterna beräknas nyckeltalet

$$S = [X + 0.1 \times Y]$$

där $[a]$ betyder heltalsdelen av a. Inom grundutbildningen på CTH krävs ett nyckeltal S minst lika med 10 för godkänt ($15 \leq S < 20$ ger en 4:a och $S \geq 20$ ger en 5:a). Inom grundutbildningen på GU krävs ett nyckeltal S minst lika med 12 för godkänt ($S \geq 18$ ger betyget VG). Hur motsvarande nyckeltal bedöms inom forskarutbildningen bestämmer den forskarstuderandes handledare.

Det skriftliga slutprovet omfattar alltså 25 poäng; problemdelen omfattar 13 poäng och teoridelen 12 poäng. Minst 9 av de 12 poängen från teoridelen kommer från följande lista:

1. Sats 4, kap 2
2. Sats 7, kap 2
3. Exempel 1, kap 2
4. Exempel 1, kap 3

5. Sats 2, kap 4

6. Sats 4, kap 4

7. Exempel 1, kap 4

8. Antag funktionen $f \in L^1(m_1)$ är jämn och icke-negativ. Visa att funktionen $C(s,t) = \hat{f}(s-t)$, $s, t \in \mathbf{R}$, är en kovarians (kap 4, sid 71-72).

9. Sätt

$$L_n^{(1)} = \sum_{k=0}^{2^n-1} \mid W(\frac{k+1}{2^n}T) - W(\frac{k}{2^n}T) \mid .$$

   Visa att

$$\lim_{n\to\infty} L_n^{(1)} = \infty \text{ n.s.}$$

   (kap 5, sid 78).

10. Om $\Delta : 0 = t_0 < t_1 < ... < t_{n-1} < t_n = T$ definieras

$$L_\Delta^{(2)} = \sum_{k=0}^{n-1} (W(t_{k+1}) - W(t_k))^2.$$

   Visa att

$$L_\Delta^{(2)} \to T \text{ i } L^2(P)$$

   då indelningens finhet

$$\delta = \max_{0\le k\le n-1} (t_{k+1} - t_k)$$

   går mot noll (kap 5, sid 78-79).

11. Sats 2, kap 6

12. Härled Black-Scholes differentialekvation för ett enkelt derivat av europeisk typ utifrån binomialmodellen (kap 7, 103-108).

13. Korollarium 1, kap 7

14. Diskutera arbitragefrihet för binomialmodellen då aktien ger utdelning (kap 8, sid 119-120).

15. Korollarium 1, kap 9

16. Sats 2, kap 10

17. Lemma 1, kap 10

18. Sats 6, kap 11.

19. Antag att $a \in L^1_W[0,T]$, $b \in L^2_W[0,T]$ och låt

$$dX(t) = a(t)dt + b(t)dW(t).$$

Visa med hjälp av produktregeln att

$$dX^n(t) = nX^{n-1}(t)dX(t) + \frac{n(n-1)}{2}X^{n-2}(t)b^2(t)dt,\ \ n = 2, 3, ...$$

(kap 11, sid 162-163).

20. Korollarium 1, kap 11

21. Sats 1, kap 12

22. Sats 2, kap 12

Göteborg 28 januari 1998
Christer Borell