Matematik och optioner 98/99
INLÄMNINGSUPPGIFT 4
I uppgifterna 2 och 3 förutsätts Black-Scholes modell.

1. Låt $(X_j)_{j=1}^n$ vara en i.i.d. Antag $Z_n(t)$ är kontinuerlig för $0 \leq t \leq 1$ och affin i varje intervall $\frac{k-1}{n} \leq t \leq \frac{k}{n}$, $k = 1, ..., n$, samt $Z_n(0) = 0$. Rita två realisationer av processen $(Z_n(t))_{0 \leq t \leq 1}$, då

   a)
   $$Z_n(\frac{k}{n}) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{j=1}^{k} X_j, \ \ k = 1, ..., n$$
   och $E\left[e^{i\xi X_k}\right] = e^{-\frac{1}{2}\xi^2}$.

   b)
   $$Z_n(\frac{k}{n}) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{k} X_j, \ \ k = 1, ..., n$$
   och $E\left[e^{i\xi X_k}\right] = e^{-|\xi|}$.

   I båda fallen väljs $n = 1000$. (Ledning för b): om en stokastisk variabel U har en likformig fördelning i intervallet $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ så gäller att $E\left[e^{i\xi \tan U}\right] = e^{-|\xi|}$).

2. Antag tiden mäts i år och att räntan $r = \ln 1.05$. Betrakta en aktie med volatiliteten $\sigma = 0.27$ och en europeisk köpoption i aktien med slutdagen 20 mars och lösenpriset 100 kr. Under perioden 20 januari-20 februari stiger aktiepriset från 97 kr till 112 kr. Med hur många procent stiger det teoretiska optionspriset under samma period?

3. Antag att K och L är positiva parametrar.

   a) **("cash or nothing call")** Ett europeiskt derivat i aktien utbetalar ingenting om aktiepriset understiger K slutdagen T och i annat fall utbetalar derivatet beloppet L denna dag. Bestäm derivatets värde vid tiden t.

   b) **("asset or nothing call")** Ett europeiskt derivat i aktien utbetalar ingenting om aktiepriset understiger K slutdagen T och i annat fall utbetalar derivatet beloppet $S(T)$ denna dag. Bestäm derivatets värde vid tiden t.