Matematik och optioner (CTH&GU), lp3-lp4, 98/99

INLÄMNINGSUPPGIFT 6

1. Beräkna

$$E\left[\left(\int_0^T h(t)dW(t)\right)^2\right]$$

då

$$h(t) = \int_0^t \cos\lambda dW(\lambda),\ 0 \le t \le T.$$

2. Låt

$$X = 4W(\frac{1}{4}) - 5W(\frac{1}{2}) + 6W(\frac{3}{4}) + W(1).$$

a) Bestäm $h \in L^2(m_{[0,1]})$ så att

$$X = \int_0^1 h(t)dW(t).$$

b) Beräkna sannolikheten

$$P\left[X^2 - X > 0\right].$$

3. Låt $0 \le t \le T_0 < T$. Ett aktiederivat av europeisk typ utbetalar

$$\max(S(T) - S(T_0), 0)$$

slutdagen T. Bestäm derivatets värde vid tiden t. (Black-Scholes modell förutsätts gälla. Aktiens volatilitet betecknas σ och dess pris vid tiden t betecknas med $S(t)$; obligationens pris vid tiden t ges av $B(t) = B(0)e^{rt}$.)