

**Matematik Chalmers  
TMA970**

**Övningsskrivning i Inledande matematisk analys för F1, HT 2003**

Datum: 27/9-2003, kl. 8.45-10.45.

Hjälpmittel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Alexander Herbertsson, tel. 0740-459022.

OBS! Personnummer skall anges på skrivningsomslaget.

---

**1.** Bestäm gränsvärdena

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$ ; (3p)      (b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \arccos(\sqrt{x^2 + x} + x)$ . (4p)

**2.** Visa att

$$\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{för } x > 0, \\ -\frac{\pi}{2} & \text{för } x < 0. \end{cases} \quad (7\text{p})$$

**3.** Visa olikheten

$$\binom{2n}{n} > \frac{2^{2n}}{n+1} \quad \text{för alla } n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 2. \quad (7\text{p})$$

**4.(a)** Definiera begreppet kontinuitet för en funktion  $f$  i en punkt  $x_0$ . (1p)

**(b)** Definiera begreppet deriverbarhet för en funktion  $f$  i en punkt  $x_0$ . (1p)

**(c)** Visa med hjälp av definitionen att funktionen  $f(x) = 2x^2 - 1$  är deriverbar i alla  $x \in \mathbb{R}$ . (2p)

**(d)** Visa att om en funktion är deriverbar i en punkt, så är den kontinuerlig i samma punkt. Är det omvänta påståendet sant? Motivera! (5p)

- 7p - 13p: 1 bonuspoäng  
14p - 20p: 2 bonuspoäng  
21p - 27p: 3 bonuspoäng  
28p - 30p: 4 bonuspoäng