

**Matematik Chalmers
TMA970**

Övningsskrivning i Inledande matematisk analys för F1, HT 2004

Datum: 25/9-2004, kl. 8.30-10.30.

Hjälpmittel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Jana Madjarova, tel. 073-785 56 97; (775 77 63)

OBS! Personnummer skall anges på skrivningsomslaget.

1. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

$$\text{(a)} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{e^x + x}; \quad (4\text{p}) \quad \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\sqrt{2}} - 1}{x}. \quad (4\text{p})$$

2. Visa (utan att använda derivator) att

$$\arctan x = \begin{cases} \arccos \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} & \text{för } x \geq 0, \\ -\arccos \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} & \text{för } x < 0. \end{cases} \quad (7\text{p})$$

3. Visa att

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2^n - 1} + \frac{1}{2^n} > \frac{n}{2} \quad \text{för alla } n \in \mathbb{N}, n > 1. \quad (7\text{p})$$

4.(a) Ge definitionen för att $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$. (2p)

(b) Visa med hjälp av definitionen att $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$. (4p)

(c) Visa samma resultat med hjälp av en av satserna om gränsvärden. Formulera satsen noga! (2p)

7p - 13p: 1 bonuspoäng

14p - 20p: 2 bonuspoäng

21p - 27p: 3 bonuspoäng

28p - 30p: 4 bonuspoäng