

Chalmers, Program A & Program B & Program C

Dugga 1

X september 201Y, 10:00–12:00

Skrivtid: 120 min

Inga hjälpmedel tillåtna.

OBS! Lämna *inte* in kladdpapper och lösningsskisser till uppgifterna 1–30.

Namn och program:

Personnummer:

A. Markera rätt svar genom att ringa in. (1p för varje rätt svar; OBS! Endast ett rätt svar per uppgift.)

1. Uttrycket $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3 + \sqrt{11}} \cdot \sqrt{\sqrt{11} - 3}}$ är lika med

(a) 1; (b) 2; (c) $\sqrt{11}$; (d) annat svar.

2. Om $\frac{x}{y} = 3$, så är uttrycket $\frac{(x - y)(x^2 + y^2)}{x^3 + y^3}$ lika med

(a) $\frac{20}{27}$; (b) $\frac{10}{7}$; (c) $\frac{1}{12}$; (d) annat svar.

3. Ekvationen $2^{x-1} \cdot 5^{x-1} = 0,1 \cdot 10^{2x+5}$ har lösningen

(a) -3 ; (b) -4 ; (c) -5 ; (d) inget av (a)-(c).

4. Funktionen $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 4x + 1$ har lokalt maximum för

(a) -1 ; (b) 4 ; (c) -1 och 4 ; (d) inget av (a)-(c).

5. Uttrycket $\frac{\cos^2 10^\circ - \sin^2 10^\circ}{\cos 20^\circ}$ är lika med

(a) $\frac{1}{\cos 20^\circ}$; (b) $\frac{1}{2}$; (c) 0 ; (d) annat svar.

6. Om $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ och $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, så har $\sin 2\alpha$ värdet

- (a) $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$; (b) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$; (c) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$; (d) annat värde.

7. Om $\sin \alpha = t$ och $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, så har $\tan \alpha$ värdet

- (a) $\frac{\sqrt{1-t^2}}{t^2}$; (b) $\frac{\sqrt{1-t^2}}{t}$; (c) $\frac{\sqrt{1-t^2}}{-t}$; (d) annat värde.

8. Om $S_{1000} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{1000}}$, så gäller att $S_{1000} =$

- (a) $\frac{2^{1000} - 1}{2}$; (b) $2(2^{1001} - 1)$; (c) $\frac{2^{1001} - 1}{2^{1000}}$; (d) annat svar.

9. En romb med sidlängd 4 l.e. och spetsig vinkel 45° har arean (i a.e.)

- (a) $4\sqrt{2}$; (b) 16; (c) $8\sqrt{2}$; (d) inget av ovanstående.

10. Det komplexa talet $e^{i\frac{23\pi}{7}}$ ligger i

- (a) första kvadranten; (b) andra kvadranten;
(c) annan kvadrant; (d) går ej att avgöra.

11. Givet är att $re^{i\varphi} = \rho e^{i\theta}$. Då kan man *inte* dra slutsatsen att

- (a) $r = \rho$; (b) $\ln r = \ln \rho$; (c) $\varphi = \theta$; (d) $\varphi - \theta = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

12. Den största heltalslösningen till olikheten $\frac{6-x-x^2}{x^2+1} > 0$ är

- (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) inget av (a)-(c).

13. Den största heltalslösningen till olikheten $\frac{6-x-x^2}{x^2+1} \geq 0$ är

- (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) inget av (a)-(c).

14. För alla $x < -5$ gäller att

- (a) $|x+5| = -x+5$;
(b) $|x+5| > |x|$;
(c) $|x| > |x+1|$;
(d) inget av ovanstående.

15. För alla $x > 5$ gäller att

- (a) $|x + 5| = x - 5$;
- (b) $|x + 5| > |x|$;
- (c) $|x| > |x + 1|$;
- (d) inget av ovanstående.

B. Lös uppgifterna nedan; ange endast svar. (2p för varje rätt svar)

16. Beräkna

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{7}}{\frac{1}{4} - \frac{5}{12}}.$$

Ange svaret på formen $\frac{p}{q}$, där p, q är relativt prima heltal.

Svar:

17. Givet är att $e^a = 32$. Beräkna och ange $\ln 4$, uttryckt i a .

Svar:

18. Givet funktionen $f(x) = \frac{x^2 - x + 3}{2x^2 + x + 7}$, ange $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$.

Svar:

19. Om funktionen f är sådan att $f(x + 3) = 7x - 1$, ange $f(10)$.

Svar:

20. Ange den minsta lösningen till ekvationen $\sqrt{2 - x} = 10 + x$.

Svar:

C. Ge fullständig lösning till uppgiften nedan. (max 5p)

Lös olikheten

$$|x^2 - 5x + 2| \leq 4.$$