

TMA970

Matematik Chalmers

Tentamensskrivning i Inledande matematisk analys F / TM

Datum: 2016-10-27, kl. 8:30 - 12:30.

Ofta förekommande misstag

=====

Generella kommentarer:

Alldeles för många skrivningar hamnar under ribban på grund av felräkning med bråk, rötter, absolutbelopp och logaritmer. Hitta inte på egna lagar! En viktig förmåga är att kunna skilja rätt från fel.

Använd inte "försumbart", "spelar ingen roll" etc. Det kan man göra först efter att man förstått när och varför saker är försumbara och inte spelar någon roll, och i Inledande matematisk analys ska man visa just att man kan besvara sådana frågor.

Här är den rätta stavningen för några svärstavade ord:

definierad (lägg märke till det andra i -et)

asymptot (bara ett s)

positiv (ett s , i efter)

skild (ett l , inget j)

symmetri (två m)

inre (ett n)

1. (e) Om f är kontinuerlig i (a, b) , så är f deriverbar i (a, b) .

(f) Om f är deriverbar i (a, b) , så är f' kontinuerlig i (a, b) .

Kommentar: Förvånansvärt många svarar FALSKT på 1e och 1f (vilket är rätt), men påstår ändå att funktionen i uppgift 6 är deriverbar, eftersom den är kontinuerlig, eller att derivatan måste vara kontinuerlig, eftersom den finns.

2. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin x} \quad (3p); \quad (b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{7+x^3} - \sqrt{3+x^2}}{x-1} \quad (3p).$$

Kommentarer: (i) Variabeln får inte finnas kvar efter att man gått i gräns!!! Man kan inte gå i gräns i enbart en del av ett uttryck.

(ii) $\frac{\sin u}{u} \rightarrow 1$, när $u \rightarrow 0$, medan $\sin x - 1 \rightarrow -1$, när $x \rightarrow 0$.

(iii) De flesta felen i 2b kom sig av att man missade att $\sqrt{x^2} = |x| = -x$, när $x \rightarrow -\infty$.

3. Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$. Ange asymptoter, lokala extrema, inflexionspunkter etc. (6p)

Kommentarer: (i) Förenkla innan ni deriverar! Det är otroligt många poäng som har rykt för att man deriverat onödigt krångliga kvoter. Skriv på gemensam nämnare, förkorta, samla ihop alla potenser av ett uttryck i en enda potens etc.

(ii) Kontrollera konsistensen mellan raderna i tabellen, samt konsistensen tabell – graf. Det är ett billigt sätt att upptäcka många fel.

4.(a) Bestäm en primitiv funktion till $f(x) = \frac{x+1}{(x^2-2x+4)(x^2+6x+9)}$. (3p)

Kommentar: Typisk "receptuppgift". Oförsvarligt att förlora poäng på att inte kunna kvadreringsformlerna, eller på att inte veta hur partialbråk kan se ut, eller på att inte kunna integrera en typ av partialbråk.

5. Bestäm alla reella x sådana att $\arccos \sqrt{1-x^2} = -\arcsin x$. (6p)

Kommentar: $\cos v.l. = \cos h.l.$ medför INTE $v.l. = h.l.$; $\sqrt{x^2} = |x|$.

6. Funktionen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definieras som

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}, \text{ för } x \neq 0; \quad f(0) = 1.$$

(a) Visa att f är deriverbar i $x_0 = 0$. (4p)

(b) Visa att $f'(x)$ är kontinuerlig i $x_0 = 0$. (4p)

Kommentar: Se kommentaren till uppgift 1.

7. Formulera och bevisa Lagranges medelvärdessats (inklusive Rolles sats). (6p)

8. Formulera och bevisa integralkalkylens medelvärdessats. (6p)

Kommentarer: (i) För att få full poäng måste man bland annat visa att man förstått hur förutsättningarna används i beviset. Är det så att man förutsätter att en funktion är kontinuerlig, så ska man tydligt referera till kontinuiteten där det behövs.

(ii) Det förekommer ofta att studenter blandar ihop en funktions definitionsmängd, dess värdemängd och mängden av punkter på funktionens graf. Håll noga reda på var punkter ligger, är det den oberoende variabelns värden, eller är det funktionsvärdet det handlar om. Det är mycket viktigt, inte minst med tanke på kursen i flervariabelanalys som börjar nästa termin.

$$x \in [a, b] \subset \mathbb{R}_x, \quad y = f(x) \in \mathbb{R}_y, \quad (x, f(x)) \in \mathbb{R}^2 = \mathbb{R}_x \times \mathbb{R}_y.$$