

Facit till *Förberedande kurs i matematik* av Rolf Pettersson

1a) $9t - u - 9v$ **b)** $2a + 12c + 73x$

2a) $p + r$ **b)** $2c + 3b$ **c)** $4a - 2c$

3a) 25 **b)** 32 **c)** 81 **d)** -64 **e)** 1 **f)** 100 **g)** 1 **h)** 1

4a) $20x^2z^8$ **b)** $-27a^4b^5c^4$ **c)** $14p^3q^9r^4s^2$

5a) $27x^6y^3$ **b)** $-128a^8b^7c^6$ **c)** a^4pb^7p

6a) $2x^2 + 3xy - 2y^2$ **b)** $2x^3 + x^2y - 5xy^2 + 2y^3$ **c)** $a^5 + x^5$ **d)** $6 - 13x + 2x^2 + x^3 - 2x^4$

7a) $9a^2 - 24ab + 16b^2$ **b)** $a^6 + 4a^3b^2 + 4b^4$ **c)** $2m^8 + 32$

8a) $36 - x^2$ **b)** $a^4 - y^2$ **c)** $x^{12} - 81$

9a) $y^3 + 9y^2x + 27yx^2 + 27x^3$ **b)** $27x^3 + 54x^2y^2 + 36xy^4 + 8y^6$

c) $x^{12} - 18x^9 + 108x^6 - 216x^3$

10a) $(x - a^2)(x + a^2)$ **b)** $x^2(3x + 5)(3x - 5)$ **c)** $(x + 9)^2$ **d)** $x^2y(x - 2y)^2$

e) $x(x - 1)(x^2 + x + 1)$ **f)** $3(a + 3b)(a^2 - 3ab + 9b^2)$ **g)** $x^2(1 - x)(1 + x)(1 + x^2)$

h) $2x^2y(3y^2 - 2x)(9y^4 + 6y^2x + 4x^2)$

11a) $(x + 2)^2 - 3$ **b)** $4\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + 19$ **c)** $39 - (x + 6)^2$

12a) -1 för $x = -1$ **b)** $\frac{2}{3}$ för $x = \frac{1}{3}$ **c)** -15 för $x = \pm 2$ **d)** 1 för $x = 0$

13a) 11 för $x = 2$ **b)** 1,05 för $x = 0,1$

14a) $x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$ **b)** $1 - 7y + 21y^2 - 35y^3 + 35y^4 - 21y^5 + 7y^6 - y^7$

c) $32x^5 + 80x^4a^2 + 80x^3a^4 + 40x^2a^6 + 10xa^8 + a^{10}$

d) $x^6y^{12} - 18x^5y^{10}z + 135x^4y^8z^2 - 540x^3y^6z^3 + 1215x^2y^4z^4 - 1458xy^2z^5 + 729z^6$

15a) $\frac{13}{12}$ **b)** -2

16a) $\frac{1}{4}$ **b)** $-\frac{1}{27}$ **c)** 1

17a) 2^{-6} **b)** 2^2 **c)** 2^{-4}

18a) $\frac{3a^6}{8c^2}$ **b)** $\frac{8y}{9x}$ **c)** $\frac{2a + y}{2a}$ **d)** $3xy + 5y - 2x$

19a) $\frac{2}{b - a}$ **b)** $\frac{x^2(1 + 2x)}{1 - 2x}$ **c)** $\frac{-1}{(y - x)^2}$ **d)** $\frac{b^4 + 3}{b^4 - 3}$ **e)** $\frac{a^2 + ab + b^2}{a - b}$ **f)** $\frac{a + 1}{a}$

g) $\frac{x^2 + 4}{x^2 + 2x + 4}$

20a) $a^2 - ab + b^2$ b) $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$ c) $\frac{a^4 + b^4}{a + b}$ d) $-(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$

21a) $x - y^2$ b) $\frac{(x^2 + 1)(x - 1)}{x^3 - x^2 + x}$ c) $\frac{x}{y}$ d) $\frac{1}{2}$

22a) $\frac{18}{x(x^2 - 9)}$ b) $\frac{2x^2 - 7x - 2}{2x(x - 4)}$ c) $\frac{-1}{x(x^2 - 1)}$ d) $\frac{8 - 2x^2 - x^3}{4(x + 2)(x^3 - 8)}$

23a) $x = \frac{63}{13}$ b) $x = 0,01$ c) uppfylls av alla x om $x \neq \pm 3$ d) $x = 4$

23') Efter 6 år

24a) $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2 - 1}$ b) $1 + \frac{x + 1}{x^4 - 1} = 1 + \frac{1}{x^3 - x^2 + x - 1}$ c) $2x - 2 + \frac{9x - 2}{x^2 + 5x - 3}$

d) $x^2 - 3x + 2$ e) $x^2 - 2x + 5 - \frac{4}{2x + 1}$ f) $x^2 + \frac{1}{3} - \frac{2(x - 1)}{3(3x^2 - x - 2)} = x^2 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3(3x + 2)}$

25a) $x = 3,5; y = 1$ b) $x = 4, y = 1$ c) $x = -2, y = 2$ d) saknar lösning

e) oändligt många lösningar: $x = t, y = 3 - 5t$ för alla reella t f) $x = 3, y = 1$

g) $x = 2, y = 3$ h) $x = 3, y = 5, z = 2$ i) $x = 10; y = -0,04; z = 0,06$

j) $x = -1, y = 1, z = 2$ k) $x = 1, y = -2, z = 3$ l) $x = 1, y = -2, z = 3$

m) $x = -1,6; y = 0,3; z = 2$ n) $x = \frac{13}{5}, y = 1, z = -\frac{6}{5}, w = 1$

26) 48 år

27a) 7 b) 7 c) 0

28a) $x_1 = 0, x_2 = -2$ b) $x_1 = 10,5; x_2 = -4,5$ c) $x = -4$ d) $x_1 = 4, x_2 = -1$

e) saknar lösning

29a) $-1 \leq x \leq 3$ b) $-8 \leq x \leq 2$ c) $-1 \leq x < 0$ och $4 < x \leq 5$ d) $x = 2$

30a) $x_1 = 2,5; x_2 = -1,5$ b) alla x där $-1 \leq x \leq 2$ c) $x_1 = 0; x_2 = -7,5$ d) $x = -5$

31a) 0,7 b) 300 c) $15\sqrt{2}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ e) $\sqrt{3}$ f) $10 - \sqrt{2}$

32a) $x_1 = 5, x_2 = -5$ b) $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$ c) $x_{1,2} = \pm\frac{2}{3}$ d) $x_{1,2} = \pm\frac{2\sqrt{6}}{3}$ e) $x_{1,2} = 0$

33a) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ b) $\frac{\sqrt{21}}{7}$ c) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ d) $\sqrt{11} + 3$ e) $-(2 + \sqrt{5})$ f) $3 - 2\sqrt{2}$

34a) $|x + 2|$ för alla x b) 1 för $x > 0, -1$ för $x < 0$ c) 1 för $x > 0$ d) $-x\sqrt{9-x}$ för $x < 9$

e) $\frac{1}{\sqrt{x-2}}$ för $x > 2$ f) $\sqrt{x+2}$ för $x > 0, -\sqrt{x+2}$ för $-2 \leq x < 0$

35a) $x_1 = 2i, x_2 = -2i$ **b)** $x_{1,2} = \pm i\frac{\sqrt{3}}{5}$ **c)** $x_{1,2} = \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$ **d)** $x_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

e) $x_1 = 2 + 3i, x_2 = 2 - 3i$ **f)** $x_{1,2} = -1 \pm 2i$ **g)** $x_{1,2} = \pm 2, x_{3,4} = \pm 2i$

36a) $2 + 5i$ **b)** $7 - 11i$ **c)** $-7 - 24i$ **d)** $\frac{1-i}{2}$ **e)** $\frac{1+4i}{17}$ **f)** $\frac{1+13i}{17}$

g) $\frac{61+23i}{170}$

37a) $x_1 = 1, x_2 = -4$ **b)** $x_1 = 3, x_2 = -1$ **c)** $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -1$ **d)** $x_1 = 0, x_2 = -\frac{3}{7}$

e) $x_1 = x_2 = \frac{3}{2}$ **f)** $x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{29}}{10}$

38a) $x_{1,2} = -1 \pm i$ **b)** $x_{1,2} = \frac{-3 \pm i\sqrt{11}}{10}$ **c)** $x_{1,2} = \frac{3 \pm i\sqrt{3}}{6}$

39a) $x_1 = 1, x_2 = -4$ **b)** $x_{1,2} = 6 \pm 3\sqrt{3}$ **c)** $x_{1,2} = \frac{1 \pm i\sqrt{11}}{6}$

40a) $y_1 = \frac{x}{3}, y_2 = -2x$ **b)** $y_1 = 2x - 1, y_2 = -5x$ **c)** $y_1 = 2x - 1, y_2 = \frac{1-x}{2}$

d) $y_{1,2} = \frac{4-x \pm \sqrt{5-4(x+1)^2}}{5}$, för $|x+1| \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$

41a) $(x-2)(x+3)$ **b)** $-2(x-1)(x+4)$ **c)** $\left(x - \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$ **d)** $x^2 + x + 1$

42a) $x^2 + 3x - 10 = 0$ **b)** $6x^2 - x - 2 = 0$ **c)** $x^2 - 2x - 4 = 0$ **d)** $x^2 - 4x + 5 = 0$

44a) $x_{1,2} = \pm 2, x_{3,4} = \pm \sqrt{3}$ **b)** $x_{1,2} = \pm 7, x_{3,4} = \pm 5$ **c)** $x_{1,2} = \pm 2, x_{3,4} = \pm i\sqrt{3}$

d) $x_1 = x_2 = \sqrt{6}, x_3 = x_4 = -\sqrt{6}$ **e)** $x_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}, x_{3,4} = \pm \frac{i}{\sqrt{3}}$

45a) $x_1 = 1, x_2 = 2$ **b)** $x_1 = 0, x_2 = 1$ **c)** $x = 19 - 6\sqrt{10}$

46a) $x_1 = 0, x_{2,3} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ **b)** $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = -2$

c) $x_1 = -2, x_{2,3} = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$ **d)** $x_1 = 2, x_{2,3} = \frac{1 \pm i\sqrt{11}}{2}$

e) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_{3,4} = \pm i\sqrt{2}$ **f)** $x_1 = 2, x_2 = x_3 = -3$

47a) $x_1 = x_2 = x_3 = 1$ **b)** $x_1 = 1, x_{2,3} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$

c) $x_1 = x_2 = x_3 = i, x_4 = x_5 = x_6 = -i$

d) $x_1 = x_2 = -1, x_3 = x_4 = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}, x_5 = x_6 = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$

48a) $(x-1)(x-3)(x+2)$ **b)** $(x+2)\left(x + \frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)\left(x + \frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)$ **c)** $(x+2)(2x^2+1)$

d) $-(x-2)(x^2-x+3)$ **e)** $-2(x^2+3)(x-1)^2$

49a) $x = 2$ **b)** $x = 4$ **c)** $x = 12$ **d)** $x = 3$ **e)** $x = \frac{5-\sqrt{13}}{6}$ **f)** $x = 6$

50a) $(x, y) = \left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$ b) $\left(\frac{3+\sqrt{3}}{2}, \frac{-1+\sqrt{3}}{2}\right), \left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1-\sqrt{3}}{2}\right)$

c) $(\sqrt{13}, -2), (-\sqrt{13}, -2), (-2, 1), (3, -4)$

d) $(0, \sqrt{2}), (0, -\sqrt{2}), \left(\frac{3+\sqrt{21}}{4}, \frac{-1+\sqrt{21}}{4}\right), \left(\frac{3-\sqrt{21}}{4}, \frac{-1-\sqrt{21}}{4}\right)$

e) $(0, \sqrt{5}), (0, -\sqrt{5}), \left(\frac{1}{2}, 2\right), \left(-\frac{1}{2}, -2\right)$

51a) $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ b) $\frac{-1-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ c) gäller inte för något x d) alla $x \neq 1$

e) $0 < x < 1$ och $x > 2$ f) $x < -\frac{1}{2}$ och $\frac{1}{3} < x < 3$ g) $-2 \leq x < 2$ och $x \geq 3$

h) $-1 < x \leq 2$ i) $\sqrt{2} < x < 2$

52a) 3 b) $\frac{1}{2}$ c) 2 d) $\frac{1}{2}$ e) 9 f) $\frac{1}{9}$ g) 5

53a) $\sqrt[3]{3}$ b) $\sqrt{2}$ c) $-2\sqrt[3]{3}$ d) $\sqrt[12]{3} = 3^{1/12}$ e) $\sqrt[10]{2} = 2^{1/10}$ f) $\sqrt[8]{5} = 5^{1/8}$

g) $\sqrt[3]{4} = 2^{2/3}$ h) $2\sqrt[3]{3}$

54a) $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}$ b) $x_1 = 3$ c) $x_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $x_1 = -2$ e) saknar reella rötter

55a) $3a$ för alla a b) $\sqrt[4]{x} = x^{1/4}$ för $x > 0$ c) $\sqrt[15]{x} = x^{1/15}$ för alla x d) $\sqrt{|a|}$ för alla a

e) $a^{5/12} = \sqrt[12]{a^5}$ för $a > 0$ f) $x^{3/4}$ för $x \geq 0$

56a) 8 b) $e^0 = 1$ c) 1

57) Tips: skriv om med samma bas

58a) $x = 6$ b) $x = \frac{3}{2}$ c) saknar reell lösning d) $x = 0$ e) $x = 3$

f) saknar reell lösning g) $x = -\frac{1}{3}$

59a) $x = 0$ b) $x_1 = 0, x_2 = 1$ c) $x = -1$ d) $x_1 = 0, x_2 = 3$ e) $x = 0$

60a) 3 b) -2 c) 4 d) 0,7 e) $\frac{1}{4}$ f) 2

61a) 2 b) $\frac{1}{2}$ c) -1 d) -2 e) 7 f) $\frac{1}{3}$

62a) $x = 1$ b) $x = 10$ c) $x = e^2$ d) $x = 0,0001$ e) $x = 10\sqrt{10} = 10^{3/2}$

63a) $x = \lg 4$ b) $x = \ln \frac{3}{2}$ c) $x = \lg 2$ d) $x = \lg 3$ e) $x = \ln 2$

f) $x_1 = \ln 2, x_2 = \ln 3$

64a) 2 b) 0 c) $\ln 2$ d) $-\lg 2$

65a) $x = e^3$ b) $x = 1 + 4\sqrt{2}$ c) $x = 8$ d) $x = 3$ e) $x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$

f) $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ g) $x = \frac{10}{9}$ h) $x = \frac{14}{9}$ i) $x = 0,8$ j) $x = \frac{9 - \sqrt{65}}{4}$

66a) 1 b) 3 c) -3 d) $\frac{1}{2}$ e) 3 f) $\frac{1}{5}$

67a) 2 b) $\frac{1}{2}$

68a) $x = \frac{16}{5}$ b) $x_1 = 5, x_2 = 20$

69a) 1 b) 2 c) $\frac{1}{3}$

70a) 14 b) 135 c) 64 d) $\lg 6$ e) $\ln 10$

71a) a_7 b) $a_{12} - a_1$

72a) 4950 b) 20100 c) 2500 d) n^2

73a) 2047 b) $\frac{683}{1024}$ c) $\frac{1 + 2^{n+1}(-1)^n}{3}$ d) $\frac{3(3^n - 1)}{2}$

74a) 2 b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{e}{e-1}$ d) $\frac{x^2}{1-x^2}$ e) $\frac{1}{e^{3x} - e^{2x}}$ f) $\frac{4}{3}$

75a) $x = \frac{2}{3}$ b) $x = \frac{1}{2}$ c) $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

80a) $\pi = 180^\circ$ b) $\frac{\pi}{4} = 45^\circ$ c) $6\pi = 1080^\circ$ d) $-\frac{2\pi}{3} = -120^\circ$ e) $-\frac{\pi}{3} = -60^\circ$

f) $20\pi = 3600^\circ$

81a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $-\frac{\pi}{4}$ d) $-\frac{3\pi}{2}$ e) $\frac{\pi}{10}$ f) $\frac{5\pi}{6}$ g) $-\frac{11\pi}{18}$

82a) 540° b) -90° c) 135° d) 75°

83a) $\frac{2\pi}{3}$ längdenheter b) $\frac{25\pi}{6}$ l.e. c) $\frac{20\pi}{9}$ l.e.

84a) $\frac{2\pi}{3}$ b) $\frac{3\pi}{5}$ c) $\frac{(n-2)\pi}{n}$

85a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $2 - \sqrt{3}$

86a) $B = 55^\circ; a \approx 2,3; b \approx 3,3$ b) $B = \frac{3\pi}{10}; b \approx 4,1; c \approx 5,1$ c) $b \approx 2,2; A \approx 41,8^\circ; B \approx 48,2^\circ$

d) $c \approx 3,6; A \approx 33,7^\circ; B \approx 56,3^\circ$ e) $A = 35^\circ; a \approx 3,5; c \approx 6,1$

87a) $\cos v = \frac{4}{5}, \tan v = \frac{3}{4}$ b) $\cos v = \frac{\sqrt{5}}{3}, \tan v = \frac{2}{\sqrt{5}}$ c) $\sin v = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \tan v = 2\sqrt{2}$

d) $\sin v = \frac{\sqrt{21}}{5}, \tan v = \frac{\sqrt{21}}{2}$ e) $\sin v = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos v = \frac{2}{\sqrt{5}}$ f) $\sin v = \frac{24}{25}, \cos v = \frac{7}{25}$

g) $\sin v = \frac{10}{\sqrt{149}}, \cos v = \frac{7}{\sqrt{149}}$

88a) tredje b) andra c) andra d) fjärde e) andra f) andra g) första

89a) -1 b) -1 c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) 0 e) 1

90) Tips: använd den trigonometriska ettan

91a) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ b) $\frac{\sqrt{21}}{5}$ c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (v i första kvadranten) eller $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ (v i andra kvadranten)

92a) 0,8 b) $\frac{\sqrt{21}}{5}$ (v i första kvadranten) eller $-\frac{\sqrt{21}}{5}$ (v i fjärde kvadranten)

93a) $-\frac{1}{\sqrt{15}}$ b) $-\frac{\sqrt{91}}{3}$ c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (v i tredje kvadranten) eller $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (v i fjärde kvadranten)

d) $\frac{\sqrt{77}}{2}$ (v i första kvadranten) eller $-\frac{\sqrt{77}}{2}$ (v i fjärde kvadranten)

94a) $\sin v = -\frac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos v = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ b) $\sin v = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\cos v = -\frac{3}{\sqrt{10}}$

c) $\sin v = \frac{5}{\sqrt{26}}$, $\cos v = -\frac{1}{\sqrt{26}}$ (v i andra kvadranten) eller $\sin v = -\frac{5}{\sqrt{26}}$, $\cos v = \frac{1}{\sqrt{26}}$ (v i fjärde kvadranten)

d) $\sin v = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\cos v = -\frac{2}{\sqrt{5}}$ (v i andra kvadranten) eller $\sin v = -\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\cos v = \frac{2}{\sqrt{5}}$ (v i fjärde kvadranten)

95a) $-\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) -1 e) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ f) $-\frac{1}{2}$ g) $-\frac{1}{2}$ h) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

i) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ j) $-\sqrt{3}$

96a) $v = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, för godtyckligt heltal n b) $v = \frac{\pi}{12} + \pi n$, $v = \frac{5\pi}{12} + \pi n$ c) $v = \frac{\pi}{2} + \pi n$

d) saknar (reell) lösning e) $v = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}n = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}m$, där $m = n + 1$

f) $v = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $v = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$ g) $v = \pm \frac{3\pi}{16} + \frac{\pi}{2}n$

97a) $v = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}n$ b) $v = \pi n$, $v = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$ c) $v = \frac{\pi}{2}n$

d) $v = \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi}{5}n$, $v = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}n$ e) $v = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n$, $v = -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3}n = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}(n - 1)$

98a) $v = \frac{\pi}{6} + \pi n$ b) $v = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n$ c) $v = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3}n$ d) $v = -\frac{\pi}{16} + \frac{\pi}{4}n$

e) $v = \frac{\pi}{3} + \pi n$ f) $v = -\frac{1}{4} + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}n$

99a) $v = \frac{2\pi}{3}n$ b) $v = -1 + \frac{\pi}{3}n$

100a) $v \approx \pm 72,5^\circ + 360^\circ \cdot n \approx \pm 1,27 + 2\pi n$ b) $v \approx -8,7^\circ + 180^\circ \cdot n \approx -0,15 + \pi n$,

$v \approx 98,7^\circ + 180^\circ \cdot n \approx 1,72 + \pi n$ c) $v \approx 26,6^\circ + 180^\circ \cdot n \approx 0,46 + \pi n$

d) $v \approx 53,1^\circ + 180^\circ \cdot n \approx 0,93 + \pi n$ e) $v \approx -11,2^\circ + 60^\circ \cdot n \approx -0,20 + \frac{\pi}{3}n$

101a) $c \approx 8,5$; $B \approx 32,1^\circ$; $C \approx 89,6^\circ$

b) $a_1 \approx 84,3$; $A_1 \approx 104,8^\circ$; $C_1 \approx 46,7^\circ$ eller $a_2 \approx 27,3$; $A_2 \approx 18,2^\circ$; $C_2 \approx 133,3^\circ$

c) $b_1 \approx 21,7$; $A_1 \approx 44,8^\circ$; $B_1 \approx 104,0^\circ$ eller $b_2 \approx 5,25$; $A_2 \approx 135,2^\circ$; $B_2 \approx 13,6^\circ$ d) omöjlig triangel

103a) $c \approx 12,0$; $A \approx 115,3^\circ$; $B \approx 25,2^\circ$ **b)** $a \approx 10,5$; $B \approx 19,4^\circ$; $C \approx 43,5^\circ$

c) $b \approx 42,5$; $A \approx 148,8^\circ$; $C \approx 8,5^\circ$

104) Tips: $\sin(\pi - A) = \sin(A)$

105a) 15,2 ytenheter **b)** 7,7 y.e. **c)** 4,2 y.e.

106a) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ **b)** $2 + \sqrt{3}$ **c)** $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ **d)** $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ **e)** $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

f) $-\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

107a) 1 **b)** $\frac{10}{11}$

108a) $\frac{1 - 2\sqrt{30}}{12}$ **b)** 0,96

c) $\frac{2(1 - 3\sqrt{14})}{25}$ (om u och v i samma kvadrant) eller $\frac{2(1 + 3\sqrt{14})}{25}$ (om u och v i olika kvadranter)

109a) $\frac{2 + \sqrt{3}}{4}$ **b)** $\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{1}{4}$ **d)** 1

110a) $\sin 3u = 3 \sin u - 4 \sin^3 u$ **b)** $\cos 3u = 4 \cos^3 u - 3 \cos u$ **c)** $\tan 3u = \frac{3 \tan u - \tan^3 u}{1 - 3 \tan^2 u}$

111a) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$ **b)** $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2}$ **c)** $\sqrt{2} - 1$

112a) $v = \frac{\pi}{2}n$ **b)** $v = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$; $v = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n$ **c)** $v \approx 53,1^\circ + 360^\circ \cdot n \approx 0,93 + 2\pi n$

d) $v \approx 5,3^\circ + 360^\circ \cdot n \approx 0,09 + 2\pi n$; $v \approx 65,3^\circ + 360^\circ \cdot n \approx 1,14 + 2\pi n$

e) $v = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$; $v \approx 143,1^\circ + 360^\circ \cdot n \approx 2,50 + 2\pi n$ **f)** saknar (reella) lösningar

g) $v \approx 23,1^\circ + 360^\circ \cdot n \approx 0,40 + 2\pi n$; $v \approx 263,1^\circ + 360^\circ \cdot n \approx 4,58 + 2\pi n$

113a) $v = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$

b) $v = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$; $v = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$; $v \approx 19,5^\circ + 360^\circ \cdot n \approx 0,34 + 2\pi n$; $v \approx 160,5^\circ + 360^\circ \cdot n \approx 2,80 + 2\pi n$

c) $v = \pm \frac{\pi}{3}$; $v \approx \pm 138,6^\circ + 360^\circ \cdot n \approx \pm 2,42 + 2\pi n$ **d)** $v = \pi n$ **e)** $v = \pi n$, $v = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n$

f) $v = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n$ **g)** $v = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n$; $v \approx \pm 69,8^\circ + 180^\circ \cdot n \approx \pm 1,22 + \pi n$

114a) $v = \pi + 2\pi n$, $v = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ **b)** $v = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $v = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $v = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n$

c) $v = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$

115a) $v = 2\pi n$ **b)** saknar (reella) lösningar **c)** $v = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ **d)** $v = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$

120a) 6 **b)** $\sqrt{13}$ **c)** 5 **d)** 10 **e)** $\sqrt{13}$

121a) $(0, -2)$ **b)** $\left(0, \frac{9}{2}\right)$

122a) $(1 + \sqrt{3}, -2\sqrt{3})$ eller $(1 - \sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ **b)** $\left(\frac{1+3\sqrt{3}}{2}, \frac{3-3\sqrt{3}}{2}\right)$ eller $\left(\frac{1-3\sqrt{3}}{2}, \frac{3+3\sqrt{3}}{2}\right)$

123a) $3y = 2x$ **b)** $2x + 3y = 7$ **c)** $y = 3$ **d)** $x + 2 = 0$

124a) $x - y - 1 = 0$ **b)** $\sqrt{3}x - y - 2\sqrt{3} + 1 = 0$ **c)** $x - 2 = 0$ **d)** $x + y - 3 = 0$

e) $x + \sqrt{3}y - \sqrt{3} - 2 = 0$

125a) $2x - y - 1 = 0$ **b)** $3x + 2y = 0$ **c)** $y = 0$ **d)** $x + 4y - 2 = 0$

e) $21x + 45y - 19 = 0$ **f)** $7x + 2 = 0$

126a) $(-3, 4)$ **b)** $\left(-\frac{6}{7}, \frac{4}{7}\right)$ **c)** parallella linjer (saknar skärningspunkt)

d) sammanfallande linjer

127) Tips: använd t.ex. tvåpunktsformeln

128a) $2x - y - 4 = 0$ **b)** $3x + y - 3 = 0$ **c)** $x = 0$

129a) $5x - 2y = 0$ **b)** $3x + y + 2 = 0$ **c)** $9x - 5y - 3 = 0$ **d)** $4x + y = 0$

130a) Linjerna $y = 0$ och $x = 0$ (x - och y -axlarna) **b)** Linjerna $x = 0$ och $x + 4y + 3 = 0$

c) Linjerna $x - y = 0$ och $x + y = 0$ **d)** Linjerna $x + y = 0$ och $x - y + 1 = 0$

e) Linjerna $y - 1 = 0$ och $x + 2 = 0$

131a) Linjerna $y = 2x$ och $y = -3x$ **b)** Linjerna $2y + x = 0$ och $x + y = 1$

c) Linjerna $x + y = 1$ och $y = 2x + 1$ **d)** Linjerna $y - x + 2 = 0$ och $3y + 2x + 1 = 0$

132a) $x^2 + y^2 = 81$ **b)** $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 49$ **c)** $(x + 6)^2 + y^2 = \frac{25}{4}$

133a) $x^2 + xy + y^2 - 6y = 0$ **b)** $x^2 + 2x + y^2 - 6y + 2 = 0$ **c)** $x^2 + 2x + y^2 - 6y = 63$

134) Cirkel med mittpunkt och radie

a) $(0, 0)$, $R = \sqrt{3}$ **b)** $(0, 2)$, $R = 3$ **c)** $\left(1, -\frac{3}{4}\right)$, $R = \frac{5}{4}$ **d)** $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$, $R = \frac{1}{2}$

e) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)$, $R = \frac{4}{3}$

135a) $(1, 3)$ och $(0, -2)$ **b)** $(0, -2)$ (tangering) **c)** ingen skärningspunkt

136a) $x^2 + y^2 + 4x + 4y = 2$ **b)** punkterna ligger i rät linje **c)** $x^2 + y^2 - 3y - 19 = 0$

137a) $(0, 0)$, $a = 2$, $b = 4$ **b)** $(0, 0)$, $a = \sqrt{2}$, $b = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **c)** $(1, -1)$, $a = 2$, $b = 1$

d) $(2, 0)$, $a = 2$, $b = \sqrt{3}$ **e)** $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $a = b = \sqrt{2}$ (cirkel) **f)** $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{14}\right)$, $a = \frac{3}{\sqrt{7}}$, $b = \frac{3}{7}$

138a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{4}$ d) $\frac{\pi}{4}$

139a) 4π b) $\sqrt{3}\pi$ c) $\frac{7\pi}{4\sqrt{2}}$ d) $\frac{7\pi}{4\sqrt{2}}$

140a) $(0,0)$, x -axeln, $(a = b = 2)$ b) $(0,0)$, y -axeln, $(a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3})$

c) $(-2, 1)$, $y = 1$, $(a = 2, b = \sqrt{2})$ d) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$, $x = 0$, $(a = \frac{\sqrt{3}}{6}, b = \frac{1}{2})$

141a) $y = \pm x$ b) $2y = \pm\sqrt{3}x$ c) $\sqrt{2}y = \pm x$

142a) $y - y_0 = \pm\frac{b}{a}(x - x_0)$ b) $y = \pm\frac{b}{a}x$ c) $y - y_0 = \pm\frac{b}{a}(x - x_0)$ (samma som 142a)

143a) vertex: $(0,0)$, axel: (negativa) y -axeln b) $(0,0)$, (negativa) x -axeln

c) $(-2, -1)$, $x = -2$ ($y \geq -1$) d) $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$, $x = \frac{1}{3}$ ($y \leq 0$) e) $\left(\frac{13}{24}, \frac{1}{6}\right)$, $y = \frac{1}{6}$ ($x \leq \frac{13}{24}$)

144a) hyperbel: $\left(\frac{x+2}{3}\right)^2 - \left(\frac{y-1}{2}\right)^2 = 1$ b) två räta linjer: $2y = \pm(x + 3)$

c) parabel: $(x - 2)^2 = 3(y + 5)$ d) ellips: $\left(\frac{x-1}{2}\right)^2 - (y + 2)^2 = 1$

e) cirkel: $\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}$ f) hyperbel: $\left(\frac{y+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{\sqrt{8}}\right)^2 = 1$

g) parabel: $3\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = -4\left(x + \frac{1}{4}\right)$ h) två parallella linjer: $x = 2$ och $2x = 3$

i) saknar geometrisk betydelse, eftersom $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 3\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = -1$ saknar reella lösningar

j) saknar geometrisk betydelse (komplexa rötter) k) ellips: $\left(\frac{x}{\sqrt{2/3}}\right)^2 + \left(\frac{y+5}{5}\right)^2 = 1$

l) en punkt: $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$, eftersom $45\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + 18\left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = 0$ bara har en lösning

145a) under linjen $x + y = 2$ b) ovanför och på linjen $3y - 2x = 4$ c) ovanför linjen $y = -2$

d) ovanför och på linjen $y = -2$ och till vänster om (och på) linjen $x = \frac{1}{2}$

e) mellan och på linjerna $x - y = 1$ och $x - y = -1$

f) innanför kvadrat med hörn $(3, 0)$, $(0, 3)$, $(-3, 0)$ och $(0, -3)$ g) utanför och på enhetscirkeln

h) innanför cirkeln med mittpunkt $(0, 0)$ och radie $R = 2$

i) innanför och på cirkeln $(-1, 0)$, $R = \sqrt{2}$ j) utanför cirkeln $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$, $R = \frac{\sqrt{13}}{2}$

k) innanför och på ellipsen med mittpunkt $(0, 0)$, halvaxlar $a = 3$, $b = 2$

l) mellan hyperbelgrenarna $x = \pm\sqrt{\frac{1+y^2}{2}}$

150a) $D_f = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$, $V_f = \{y \mid -1 \leq y < 1\}$ b) 0 c) -1

d) $\sin 2 \approx \sin(114,6^\circ) \approx 0,91$ e) $\sin 2t$ f) $-\sin x$ g) $\sin(2x+3)$ h) $\sin(\cos x)$

i) $\sin(\sin(\sin x))$

151a) $D_f = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$, $V_f = \{y \mid -3 \leq y < \infty\}$ b) -2 c) 78 d) $4a^2 - 8a + 1$

e) $x^2 + 4x + 1$ f) $x^4 - 4x^2 + 1$ g) $x^2 + 2x - 2$ h) $e^{2x} - 4e^x + 1$

i) $x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 8x - 2$

152a) 0 b) 6 c) -14

153) $f'(x) = k$

154a) $15x^2 - 6$ b) $2x - 2x^{-3}$ c) $2e^x + 3 \sin x$ d) $\sin x + x \cos x$

e) $2(3x^2 \cos x - x^3 \sin x)$ f) $3e^x \frac{2x+1}{2\sqrt{x}}$ g) $\frac{\sin x}{\cos^2 x}$ h) $\frac{-(2x^2 + 5)}{x(x^2 + 5 \ln x)^2}$

i) $\frac{-1}{(\sin x + \cos x)^2}$ j) $\frac{\sin x - x \cos x}{\sin^2 x}$ k) $\frac{3}{(x+2)^2}$ l) $\frac{2x - 9x^2 - x^4}{(x^3 + 1)^2}$

m) $\frac{e^x(x \ln x - 1)}{2x(\ln x)^2}$ n) $\frac{x-1}{2x\sqrt{x}}$ o) $\frac{-3x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 6x - 4}{(x^3 + 2x + 1)^2}$ p) $2^x(2x + x^2 \ln 2)$

q) $\frac{3^x(x \ln 3 - 3)}{x^4}$ r) $x^3 e^x (4 \sin x + x \sin x + x \cos x)$ s) $\frac{(2 + \ln x)(x^2 + 1) - 4x^2 \ln x}{2\sqrt{x}(x^2 + 1)^2}$

155a) $6x + 12x^{-5}$ b) $-2e^x \sin x$ c) $\frac{-\ln x}{4x^{3/2}}$ d) $\frac{2 \sin x - x^2 \sin x - 2x \cos x}{x^3}$

156a) 2 b) e c) $-\frac{1}{2}$ d) $2 + 16(\ln 2)^2$ e) $-\frac{4 + \sqrt{2}}{16}$

157a) $\cos(2x - 1)$ b) $\ln(2x^2 + x - 1)$ c) $\frac{1}{3x^2 + 1}$ d) $\sqrt{x^3 + 1}$ e) x

158a) $2 \cos x - 1$ b) $2(\ln x)^2 + \ln x - 1$ c) $3x^{-2} + 1$ d) $x^{3/2} + 1$ e) x

159a) $e^{g(x)} g'(x)$ b) $\cos(g(x)) g'(x)$ c) $-\sin(g(x)) g'(x)$ d) $\frac{g'(x)}{\cos^2(g(x))}$

e) $n[g(x)]^{n-1} g'(x)$ f) $-\frac{g'(x)}{[g(x)]^2}$

160a) $4e^{4x} - 2e^{1-2x}$ b) $3 \cos(3x + 1)$ c) $-2x \sin(x^2)$ d) $-2 \sin x \cos x = -\sin 2x$

e) $5e^x \cos(5e^x)$ f) $\frac{21}{2\sqrt{21x-1}}$ g) $\frac{6x^3}{\sqrt{3x^4+7}}$ h) $2(2x+5)(x^2+5x)$

i) $-12x^3(1-x^4)^2$ j) $\frac{7}{7x+3} - \frac{1}{1-x}$ k) $\frac{10x+3}{5x^2+3x-4}$ l) $\frac{4x^{3/2}+1}{2\sqrt{x}} e^{x^2+\sqrt{x}}$

m) $\frac{1}{x \cos^2(\ln|x|)}$ n) $\frac{-1}{2\sqrt{x} \sin^2 \sqrt{x}}$ o) $-\tan x$ p) $\frac{1}{\sin x \cos x}$ q) $\frac{2}{x^2-1}$

r) $\frac{6}{1-9x^2}$ s) $\frac{3+2x-2x^2}{(2x-1)(x^2+x+1)}$ t) $\frac{7+8x-8x^2-70x^3-15x^4}{(3x^2+7x+1)(5x^3-x^2+1)}$

161a) $-\frac{3}{5}$ b) -3π c) 9 d) 2 e) -1,1 f) $\frac{7}{2}$

162a) $k = -5$ **b)** $k_1 = -1, k_2 = 2$ **c)** $k_1 = -3, k_2 = -2, k_3 = 1$

163a) $2e^{x^2} \left[x \ln(2x+7) + \frac{1}{2x+7} \right]$ **b)** $\frac{\cos x^3 - 6x^3 \sin x^3}{2\sqrt{x}}$

c) $-[\cos(2-x) \cos 5x + 5 \sin(2-x) \sin 5x]$ **d)** $e^{2x} \frac{2(x^3+1) - \frac{3}{2}x^2}{(x^3+1)^{3/2}}$

164a) $\frac{29}{4}$ **b)** -2 **c)** $-\frac{28+9\ln 2}{4}$

165a) $a = -1, b = \pm\sqrt{2}$ **b)** $a = 1, b = 0$ eller $a = 1, b = \pm 2$

166a) $-6 \sin 3x \cos 3x = -3 \sin 6x$ **b)** $2x \cos(x^2) e^{\sin x^2}$ **c)** $2xe^{x^2} \cos(e^{x^2})$

d) $2 \sin x \cos x e^{\sin^2 x}$ **e)** $\frac{-2x}{\sin(1-x^2) \cos(1-x^2)}$ **f)** $\frac{-6xe^{3\sqrt{1-2x^2}}}{\sqrt{1-2x^2}}$

g) $\left[2\sqrt{x}(e^{-\sqrt{x}} + 1) \right]^{-1}$

167a) $(x+1)^{x-1}[x+(x+1)\ln(x+1)]$ **b)** $x^x(1+x+x\ln x)$

c) $(x^2+x+1)^{x^2} \left[2x \ln(x^2+x+1) + \frac{x^2(2x+1)}{x^2+x+1} \right]$ **d)** $x^{\ln x-1} 2 \ln x$

168a) $1 + 2 \ln 2$ **b)** $12500(1 + \ln 5)$ **c)** $1 + \ln 2$

169a) $-\frac{3x^2+y}{x+3y^2}$ **b)** $\frac{y}{2y^2-2x}$ **c)** $-\frac{2y^2+3xy}{2x^2+3xy}$ **d)** $\frac{2x^2y^2-y}{x-x^3y}$

e) $\frac{e^{-(x+y)} - y}{1+y} = \frac{y - yx}{x+xy}$ **f)** $\frac{1}{\cos y} = \pm \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ **g)** $\frac{1}{1+\tan^2 y} = \frac{1}{1+x^2}$

170a) $\frac{-13}{5}$ **b)** $\frac{-3}{2}$ **c)** $e^2 + e$

171a) tangent: $12x - y = 16$, normal: $x + 12y = 98$ **b)** $x - 3y = 3 - 3 \ln 3$, $3x + y = 9 + \ln 3$

c) $y = 1$, $x = 0$ **d)** $2x + y = 8$, $x - 2y = 4$ **e)** $x + y = 0$, $x - y = 2\pi$

f) $x - 5y = 3$, $5x + y = -11$ **g)** $x + y = -1$, $x - y = -1$

h) $19ex - 4y = 11e$, $4x + 19ey = 4 + 38e^2$ **i)** $47x + 2y = 2 \ln 2 - 141$, $2x - 47y = -6 - 47 \ln 2$

172a) tangent: $x - 2y = 5$, normal: $2x + y = 0$ **b)** $7x + 5y = 12$, $5x - 7y = -2$

c) $2x - y = -3$, $x + 2y = 1$ **d)** $x + 3y = 3$, $3x - y = -1$ **e)** $2x + 2y = 5$, $2x - 2y = 3$

173a) $3y = 2x \pm 4\sqrt{13}$, $3y = -2x \pm 4\sqrt{13}$ **b)** $y = x \pm 5$, $y = -x \pm 5$

174a) minsta värde: $f(-2) = 1$ (lokalt min) b) största värde: $f(2/3) = \frac{10}{3}$ (lokalt max)

c) lokalt min: $f(-1) = 0$, lokalt max: $f(1) = 4$ d) minsta värde: $f(-1) = -4$

e) största värde: $f(-1/2) = \frac{19}{8}$, lokalt min: $f(1/2) = -\frac{13}{8}$, lokalt max: $f(1) = -1$

f) minsta värde: $f(-1/2) = 0$, lokalt max: $f(1) = 3$,

g) största värde: $f(4) = 12$, minsta värde: $f(-2) = f(2) = 0$, lokalt max: $f(-3) = 5$ och $f(0) = 4$

h) minsta värde: $f(\ln 2) = 2 - 2 \ln 2$ i) minsta värde: $f(1 + \sqrt{2}) = 1 + \sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2}) - \ln 2$

j) lokala max: $f\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n\right) = \frac{e^{\pi/4+2\pi n}}{\sqrt{2}}$, lokala min: $f\left(\frac{5\pi}{4} + 2\pi n\right) = \frac{-e^{5\pi/4+2\pi n}}{\sqrt{2}}$

k) lokalt min: $f(0) = 1$, lokalt max: $f(1) = \sqrt{\frac{3}{e}}$ l) lokala min: $f(1) = 0$ och $f(2) = 0$

175a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{11}{7}$ e) $-\frac{17}{7}$

176a) $\frac{2}{3}$ b) -3 c) 0 d) $-\frac{2}{7}$ e) $-\frac{15}{4}$

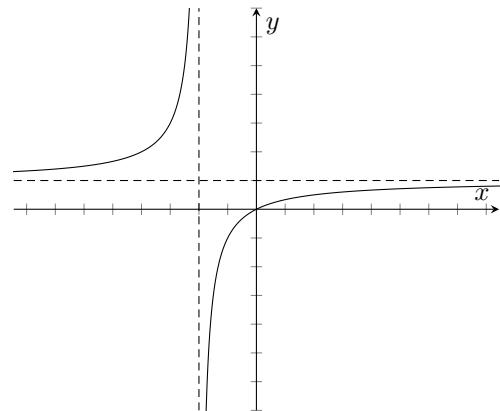
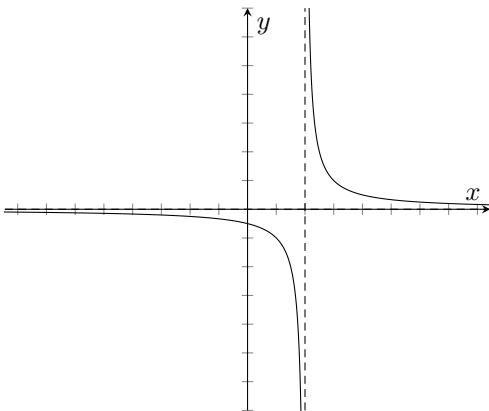
177a) 0 b) $-\frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{2}$ d) $-\frac{5}{2}$ e) $\frac{3}{4}$ f) -3

178a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ c) 2 d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

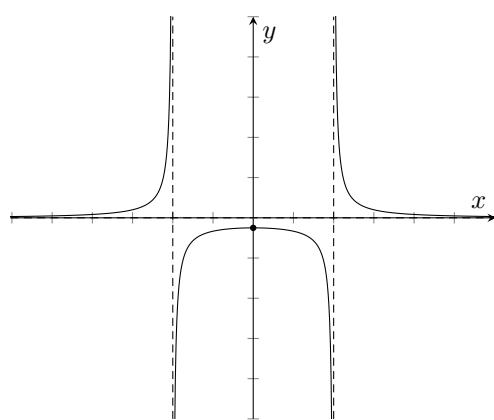
179a) 0 b) 0 c) $\ln 2$ d) $-\ln 2$ e) $-2 \ln 3$

180a) asymptoter: $x = 2$ och $y = 0$,
lokala extrempunkter saknas

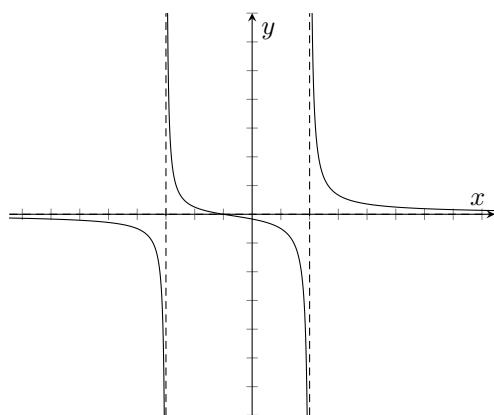
b) asymptoter: $x = -2$ och $y = 1$,
lokala extrempunkter saknas



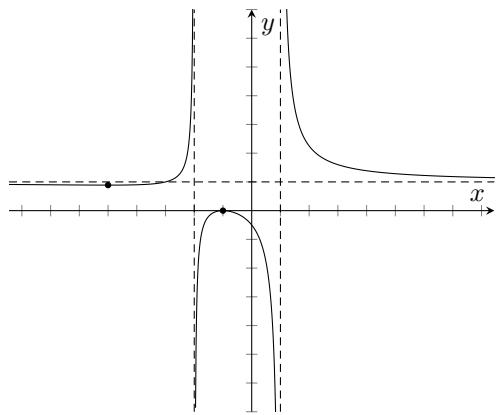
- c) asymptoter: $x = -2, x = 2$ och $y = 0$
 lokalt max: $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$



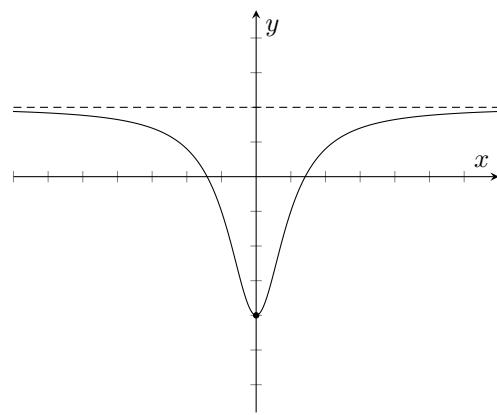
- d) asymptoter: $x = -3, x = 2$ och $y = 0$,
 lokala extempunkter saknas



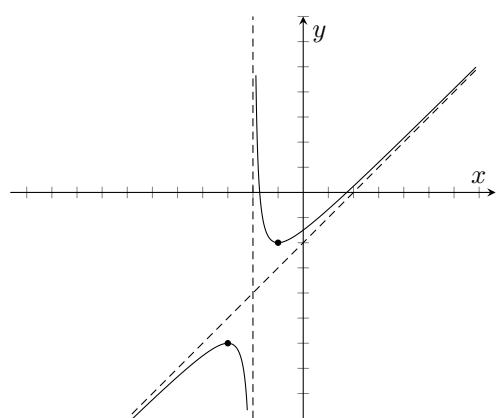
- e) asymptoter: $x = -2, x = 1$ och $y = 1$,
 lokalt min: $\left(-5, \frac{8}{9}\right)$, lokalt max: $(-1, 0)$



- f) asymptot: $y = 2$, lokalt min: $(0, -4)$



- g) asymptoter: $x = -2, y = x - 2$,
 lokalt max: $(-3, -6), (-1, -2)$



- h) asymptoter: $x = 2, y = -\frac{2x+5}{4}$,
 lokalt min: $\left(2 - \sqrt{5}, -\frac{9}{4} + \sqrt{5}\right)$,
 lokalt max: $\left(2 + \sqrt{5}, -\frac{9}{4} - \sqrt{5}\right)$

