

1. Lös differentialekvationen (7p)

$$xy' + \frac{y}{x+1} = x, \quad y(1) = 2.$$

Svar: $y(x) = \frac{x+1}{x}(x + \ln 2 - \ln(x+1)), \quad x > 0.$

2. Lös differentialekvationen (7p)

$$y'' - 3y' + 2y = e^{2x} \cdot \sin x.$$

Svar: $C_1 e^x + C_2 e^{2x} - \frac{1}{2} e^{2x} (\cos x + \sin x)$

3. a) Bestäm Maclaurinutvecklingen t.o.m. ordning 5 till funktionen (8p)

$$f(x) = \frac{e^{2x} \cdot \ln(1 + 3x^2)}{1 + x}.$$

b) Bestäm derivatan $f^{(5)}(0).$

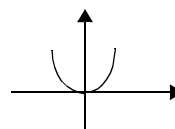
c) Avgör om $f(x)$ har ett lokalt maximum eller minimum i $x = 0.$

Svar: a) $f(x) = 3x^2 + 3x^3 - \frac{3x^4}{2} - \frac{7x^5}{2} + B(x)x^6$

b) $f^{(5)}(0) = 5! \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = -5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{7}{2} = -420$

c) Funktionen $f(x)$ har ett lokalt minimum för $x = 0.$

$f(x) = 3x^2 \cdot (1 + B(x)x) \approx 3x^2$ för små $x.$



4. Formulera och bevisa entydighetssatsen för Maclaurinutvecklingar. (8p)

7p - 12p: 1 bonuspoäng
13p - 19p: 2 bonuspoäng
20p - 26p: 3 bonuspoäng

27p - 30p: 4 bonuspoäng