Laboration till Reell matematisk analys F, del B

Lokala undersökningar av funktioner med hjälp av Mathematica

Att beräkna partiella derivator, göra Taylorutvecklingar, hitta lokala maxima och minima till funktioner av flera variabler är något som i princip är ganska lätt att göra, men som i praktiken kan vara nästan omöjligt att utföra eftersom kalkylerna lätt blir väldigt komplicerade. Ibland kan man ha nytta av symboliska beräknings program som till exempel Mathematica, Maple, Reduce, Macsyma, Derive eller liknande. Den här laborationsbeskrivningen syftar på programmet Mathematica, men det går lika bra att använda något av de övriga.

Uppgiften är följande:

Låt

$$f(x,y) = (x+y)^2(x-y) + x^4 + y^4\,.$$

- Plotta funktionen $f(x,y)$ med x och y i ett område som är tillräckligt stort för att visa hur funktionen ser ut i stora drag.
- Använd ett symboliskt program till att beräkna första ordningens partiella derivator $f'_x(x,y)$ och $f'_y(x,y)$.
- Finn alla stationära punkter genom att söka lösningar till

$$\begin{aligned} f'_x(x,y) &= 0 \\ f'_x(x,y) &= 0 \end{aligned}$$

- Avgör av vilken typ de stationära punkterna är, till exempel genom att beräkna andraderviatorna till f (detta skall också göras med hjälp av ett symboliskt program)
- Beräkna Taylorpolynomet av ording 2 till f i ett par av de stationära punkterna, och plotta detta polynom. Jämför med grafen till funktionen f.

Allt detta kan man göra med hjälp av ett fåtal kommandon i Mathematica:

`f[x,y] = Cos[x y]`	Definierar funktionen $f(x,y) = \cos(xy)$
`Plot[f[x],{x,-1,1}]`	Plottar funktionen $f(x)$ för $x \in [-1,1]$
`Plot3D[f[x,y],{x,-1,1},{y,-1,1}]`	Plottar funktionen $f(x,y)$ för $x \in [-1,1]$ och $y \in [-1,1]$
`D[f[x,y],x]`	Beräkna $f'_x(x,y)$
`Solve[{x^2+2 == 0}]`	Lös ekvationen $x^2+2=0$
`Solve[{x^2+2+y^{2} == 0},{y-x==0}]`	Löser ekvationssystemet
`Series[f[x,y],{x,x0, 7},{y,y0, 11}]`	Beräknar en Taylorutveckling kring (x_0,y_0), och tar med alla x-potenser t o m 7 och y-potenser t o m 11
`Normal[%]`	Tar bort $\mathcal{O}$ -termen från föregående beräkning

En del av kommandona ser lite lustiga ut, och framförallt verkar resultatet från `Solve[ ... ]` en aning underligt, men manualen i `Help Browser` är ganska bra.

Det är tillåtet att utföra laborationen i grupper om två personer.