Hjälpmedel: Formelblad bifogas tesen, ej räknedosa

MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

Telefon: Erik Broman, 0762-721860
2005–08–19 kl. 08.30–12.30

Tentamen i TMA975 Reell matematisk analys F, del A

Betygsgränser: 3=24p, 4=36p, 5=48p. Lärares närvaro i tentamenssalen: ca 9.30 och 11.30.
OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} y''' + 3y'' + 4y' + 2y = e^{-x} \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0. \end{cases}$$

(7p)

2. Beräkna för godtyckliga reella tal a_0 och a_1 följden $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ då

$$a_{n+2} = \frac{2a_{n+1} + a_n}{3}, \quad n = 0, 1, \dots$$

Beräkna sedan

$$\max\{\lim_{n\to\infty} a_n : a_0^2 + a_1^2 = 1\}.$$

(8p)

3. Avgör om gränsvärdena existerar och beräkna i så fall dem:

a) $\lim_{x\to\infty}(\frac{1}{x} + e^{\frac{2}{x}})^x$, (4p)

b) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} |xy|^{x^4+y^4}$. (4p)

4. Avgör för vilka reella tal x som serien

$$\Sigma_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\ln n}} x^n$$

konvergerar. (6p)

5. Bestäm den allmänna potensserie som satisfierar

$$y'' - xy' + 2y = 0.$$

Bestäm också potensseriens konvergensradie. (8p)

6. För vilka reella tal x konvergerar serien

$$\Sigma_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{x^{2n} - 1}.$$

(8p)

7. Formulera och bevisa Weierstrass majorantsats. (7p)

8. Formulera och bevisa integralkriteriet. (8p)

PK