Matematiska Institutionen
CTH & GU

Laboration, Matematiska Metoder, E2, fk, TMA 980a, lp I, ht2001

Korrekt genomförd och inlämnad frivillig laboration ger maximalt 2 bonuspoäng vid tentamenstillfällen för Matematik fk, del A, innevarande läsår. Laborationen skall vara inlämnad senast 29/10, kl. 08.00.

Laborationsuppgift **A**:

En institutionstekniker har framställt en termistor av klassiskt snitt. En teknolog som har i uppgift att kalibrera den får följande mätserie:

temperatur (C°):	$0,0$	$7,1$	$12,3$	$16,4$	$23,8$	$50,2$
strömstyrka (mA):	302	279	270	253	238	165

Teknologen är inte särskilt road av övningen och mäter lite si och så. Vi vill i varje fall använda mätningarna till att rita en skala till termistorn. För att hitta lämplig funktion för skalan plottar vi mätdata ovan.

A1: Plotta mätdata med temperatur som t-axel, (horisontell), och strömstyrka som x-axel, (vertikal). Se till att de plottade punkterna ej hamnar på koordinataxlarna.

Vi konstaterar från plotten att en linjär funktion verkar lämplig; $s = a + bt$. Vi vill alltså finna en linje som går genom de givna punkterna (t_k, s_k), där vi kallat mätvärdena ovan t_k resp s_k; dvs vi vill finna de obekanta a och b. Det betyder att vi vill lösa de sex ekvationerna $s_k = a + bt_k$ för de obekanta a och b. Vi formulerar ekvationssystemet som en matrisekvation

$$A\vec{x} = s$$

där

$$A = \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ 1 & t_3 \\ 1 & t_4 \\ 1 & t_5 \\ 1 & t_6 \end{pmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \quad s = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{pmatrix}.$$

A2: Knappa in t-värdena i en vektor med matlabkommandot t=[...]$'$, (matlabkommandot $'$ betyder transponat), och likadant för s-värdena. Använd kommandot A=[ones(size(t)),t] för att skapa matrisen A. Försök sedan att lösa ekvationssystemet, matrisekvationen, genom att radreducera den utökade matrisen $(A|s)$ med matlabkommandot rref([A s]). Vad ger matlab för svar på detta? Varför innebär matlabs svar att ekvationssystemet ej går att lösa?

Anledningen till att ekvationssystemet saknar lösning är att högerledet inte ligger i $V(A)$, värderummet för koefficientmatrisen A. Minsta kvadratmetoden går ut på att finna ett högerled i ekvationen som ligger så nära det ursprungliga högerledet som möjligt och för vilket det finns lösning, (dvs måste ligga i $V(A)$). Alltså ska högerledet tas som ortogonalprojektionen av det ursprungliga högerledet ned på $V(A)$.

A3: Kommandot p=orth(A) ger en ON-bas för $V(A)$. Koordinater m a p ON-bas fås som bekant med skalärprodukten; matrisprodukten s$'*p$ ger båda koordinaterna i en smäll och det nya högerledet, ortogonalprojektionen av s på kolonnrummet $V(A)$, ges av z=ans(1) $*$ p(:, 1) + ans(2) $*$ p(:, 2). Lös nu $A\bar{x} = z$. Finns lösning och vad är den i så fall? Plotta lösningen.

A4: Matlab har även ett kommando för att lösa ett givet ekvationssystem, (som eventuellt saknar lösning), i minsta kvadratmetodens mening. Använd detta kommando för att lösa det ursprungliga ekvationssystemet, med data A och s ovan, i minsta kvadratmetodens mening. Plotta lösningen och jämför med lösningen som du fick i **A3**.

vgv.

Laborationsuppgift **B**:

In a recent paper, (Susana Gutiérrez, Judith Rivas and Luis Vega, *Formation of singularities and self-similar vortex motion under the localized induction approximation*, 2001), the dynamical behaviour of an isolated vortex filament in three dimensions within the localized induction approximation (LIA) is investigated. In the paper the existence of a uniparametric family of smooth solutions of LIA that generates a singularity, a corner, in finite time is shown. It turns out that the singularities, self-intersections, are determined by the zeros of the solution to the ordinary differential equation (ODE):

$$y'''(t) + (c_0^2 + \frac{t^2}{4})y'(t) - \frac{t}{4}y(t) = 0,$$

with initial conditions

$$y(0) = 0,\ y'(0) = 1,\ y''(0) = 0.$$

Here $c_0 \in \mathbf{R}$ is a parameter and for a certain value $\tilde{c}_0$ of the parameter one has that for $c_0 < \tilde{c}_0$ there are no zeros of the solution to the ODE, (that means no self-intersections, singularities), and for $c_0 \geq \tilde{c}_0$ the solution of the ODE has zeros, (i.e. there are self-intersections, singularities).

B1: Give an estimate of $\tilde{c}_0$ with two significant decimals; for exampel by plotting the solution for different values of c_0 to see if the solution has zeros for that value.