Hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa

MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

Telefon: Robert Bohlin, 0740-45 90 22
2000–08–17 kl. 14.15–18.15

Tentamen i Matematiska metoder fk, E2, del A, TMA980a

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.
OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Bestäm en bas för värderummet (eller om man såvill, kolonnrummet) $V(A)$ och en bas för nollrummet $N(A)$, där A är matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -5 & -2 \\ 3 & 2 & -3 & -5 \\ 2 & -5 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

(4+4p)

2. Lös i minstakvadratmetodens mening systemet av ekvationer

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 2 \\ 2x - y = 2 \end{cases}.$$

(8p)

3. Bestäm faktorerna L, D, U i faktoriseringen $A = LDU$, där L och U är nedåt respektive uppåt triangulära matriser med ettor på diagonalen och D är en diagonalmatris. Matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

(8p)

4. Låt

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestäm en ortogonalmatris Q så att $D = Q^t AQ$ är en diagonalmatris och ange D. Beräkna A^{100}. (6+3p)

5. Låt $\{e_1, e_2, e_3\}$ vara en bas i ett linjärt rum V och $x \in V$, x godtyckligt. Visa att $\{e_1, e_2, e_3, x\}$ är linjärt beroende. (8p)

6. En reell, symmetrisk 3×3-matris A uppfyller

$$A \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad A \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Bestäm alla sådana A. (9p)

VA