MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

Hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa
Telefon: Anders Silander, ankn. 5304
1999–10–22 kl. 08.45–12.45

Tentamen i Matematiska metoder fk, del A, för E2, TMA980a

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.
OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Bestäm i faktoriseringen $A = LDU$ diagonalmatrisen D, de nedåt respektive uppåt triangulära matriserna L och U med ettor på diagonalen, då

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 4 \\ 0 & 4 & 11 \end{pmatrix}.$$

Vad är relationen mellan L och U? (8p)

2. Låt F vara den linjära avbildning $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ sådan att $F(1,1) = (1,1)$ och $F(1,-1) = (0,0)$. Beskriv i geometriska termer vad avbildningen innebär. Finn också avbildnings matris i standardbasen. (8p)

3. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Finn en bas för värderummet $V(A)$ och finn dimensionen av $N(A)^{\perp}$, ortogonala komplementet av nollrummet för A. (8p)

4. Finn ortogonalmatris Q och diagonalmatris D sådana att $Q^T AQ = D$ då

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(9p)

5. Visa att för en matris A gäller relationen

$$N(A) = V(A^T)^{\perp}.$$

(9p)

6. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Matrisen A är ej diagonaliserbar, dvs det finns ej någon icke-singulär matris S sådan att $S^{-1}AS$ är en diagonalmatris. Varför? Finn en unitär matris U och en (uppåt) triangulär matris T sådana att $U^{-1}AU = T$. (8p)

VA