

Tentamen TMV036 Analys och linjär algebra K, Kf, Bt, del B

Telefonvakt: Cornelia Jareteg, telefon 0703-088304
Inga hjälpmedel. Kalkylator ej tillåten. Formelblad är bilagt.

Plats: V

Skriv väl, motivera och förklara vad du gör.

Betygsgränser: 20-29 p. ger betyget 3, 30-39 p. ger betyget 4 och 40 p. eller mer ger betyget 5. Maxpoäng är 50.

Lösningar kommer att läggas ut på kurshemsidan första arbetsdagen efter tentamens-tillfället. Resultat meddelas via epost från LADOK.

1 Låt

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 6 \\ 3 & -7 & -5 \\ 3 & -9 & -9 \end{bmatrix} \text{ och } \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- (a) Bestäm alla lösningar till $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ (4p)
- (b) Bestäm baser för nollrum och kolonnrum till matrisen $\mathbf{A}$. Vilken rang har matrisen? (4p)
- (c) Låt $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{Ax}$ vara en linjär avbildning med $\mathbf{A}$ som standardmatris. Är $\mathbf{f}$ surjektiv? (Motivera ditt svar). (2p)
- (d) Bevisa eller motbevisa följande påstående: Om kolonnerna i en $n \times n$ matris $\mathbf{B}$ är linjärt beroende så är $\det \mathbf{B} \neq 0$. (3p)

- 2** (a) Använd variabelsubstitution och beräkna (4p)

$$\int_0^1 x e^{x^2} dx$$

- (b) Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området mellan $x = 1$, $x = 3$, $y = 2$ och $y = 5$ roteras runt x-axeln. (3p)
- (c) Bestäm (3p)

$$\int \frac{1}{(1 + e^x)^2} dx$$

Redovisa din lösning och berätta vilka tekniker du använt dig av.

- 3** (a) Använd integrerande faktor och lös ekvationen (4p)

$$y' + \frac{2x}{1 + x^2} y = 1$$

- (b) Visa att ekvationen i (a) är linjär (3p)
- (c) Bestäm en partikulärlösning till (3p)
 $y'' - 5y' + 6y = (2x + 1)e^{2x}$

- 4** (a) Hur defineras e^{ix} ? (2p)

- (b) Visa att $e^{ix}e^{iy} = e^{i(x+y)}$. (4p)

- (c) Förklara varför ett komplext tal vrids $\frac{\pi}{2}$ radianer motsols när det multipliceras med i . (4p)

- 5 (a) Låt $u(t)$ vara mängden radioaktiv materia vid tiden t , m vara mängden vid tiden $t = 0$ och k är en konstant (sönderfallskonstanten). En matematisk modell för radioaktivt sönderfall för ett ämne är (3p)

$$\begin{cases} u' + ku = 0 \\ u(0) = m \end{cases}$$

I följande matlabkod har man låtit $m = 10$, $k = 2$ och beräknat värden på u för $0 \leq t \leq 10$

```
[t,U]=ode45(@(t,u)-2*u,[0,10],10);
```

Beskriv (eller skriv i Matlab) hur man utifrån de värden man beräknat ovan kan bestämma en ungefärlig halveringstid. (Halveringstid är den tid då mängden radioaktivt material har halverats).

- (b) Beskriv Euler's (framåt-)metod för numerisk lösning av differentialekvationer. (4p)

Lycka till !!
önskar Katarina