

Tentamen TMV036 Analys och linjär algebra K, Kf, Bt, del B

Telefonvakt: Jakob Hultgren, telefon 0703-088304
Inga hjälpmedel. Kalkylator ej tillåten.

Plats och tid: V, e.m.

Skriv väl, motivera och förklara vad du gör.

Betygsgränser: 20-29 p. ger betyget 3, 30-39 p. ger betyget 4 och 40 p. eller mer ger betyget 5. Maxpoäng är 50.

Lösningar kommer att läggas ut på kurshemsidan första arbetsdagen efter tentamens-tillfället. Resultat meddelas via epost från LADOK.

1 Låt

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 6 & -1 & 1 & -7 \\ 1 & -2 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 5 & 8 & -4 \end{bmatrix}$$

(a) Beräkna en bas för nollrummet till matrisen. (5p)

(b) Bestäm en bas för kolonnrummet. (3p)

(c) Låt $\mathbf{B}$ bestå av de kolonner i $\mathbf{A}$ som *inte* är pivotkolonner. Bestäm rangen för $\mathbf{B}$. (2p)

2 (a) Använd variabelsubstitution och beräkna (3p)

$$\int \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$$

(b) Visa att (4p)

$$2\pi \int_1^\infty \frac{1}{x} \sqrt{1 + \frac{1}{x^4}} dx$$

är divergent.

(c) Beräkna volymen av den kropp som uppstår då $y = \frac{1}{x}$, $1 \leq x < \infty$ roterar kring x-axeln. (3p)

(d) Formulera höger rektangelregel för numerisk beräkning av integraler. (3p)

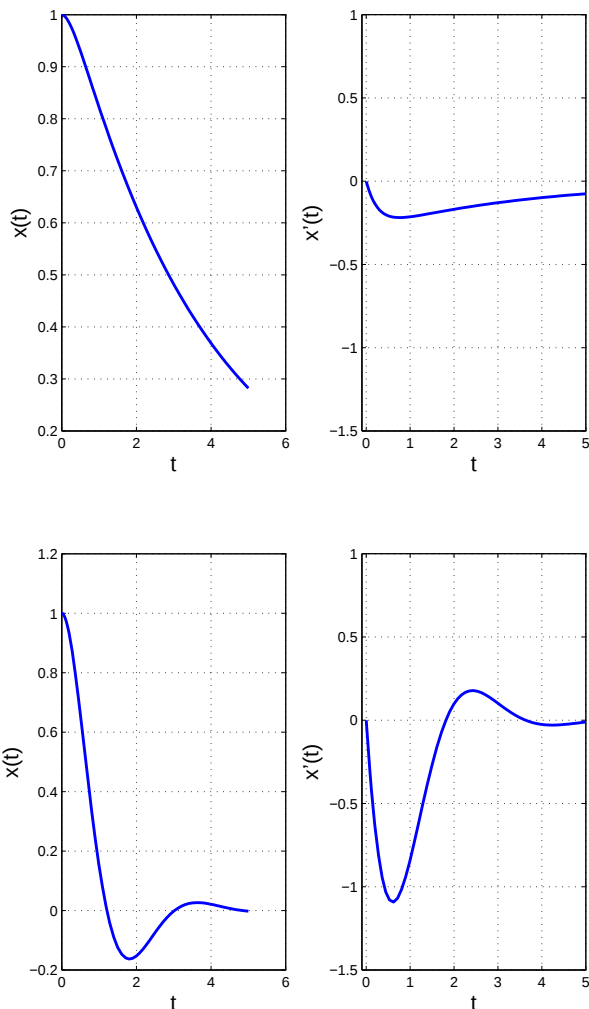
3 (a) Lös begynnelsevärdesproblemet (4p)

$$\begin{cases} y'(t) + 2ty(t) - t = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

(b) Betrakta differentialekvationen (4p)

$$x''(t) + 2ax'(t) + b^2x(t) = 0$$

där $a > 0$ och $b > 0$ är konstanter. Man har infört begynnelsevärden och löst differentialekvationen för $0 \leq t \leq 5$ numeriskt (i Matlab). Följande två figurpar har ritats.



I det ena figurparet har man använt $a = 1, b = 2$ och i det andra $a = 2, b = 1$. Vilka begynnelsevärden har använts? Vilka värden på a och b har använts i vilket figurpar? Motivera ditt svar.

(c) Bestäm alla lösningar till $x''(t) + 2x'(t) + x(t) = 2 \sin t$ (4p)

4 (a) Beräkna kvoten $\frac{4-i}{2+3i}$ (3p)

(b) Skissa mängden av alla punkter z i det komplexa talplanet som satisfierar villkoret $|z - 3i| = 2$ (3p)

(c) Låt z och w vara två komplexa tal med argumenten ϕ respektive θ och absolutbeloppen 1. Visa att argumentet för produkten zw är $(\phi + \theta)$ (3p)

5 Låt $\mathbf{D}$ vara en 2×20000 -matris med koordinater i planet och låt $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ vara två 2×2 standardmatriser för olika linjära avbildningar. (3p)

(a) Följande matlabsekvens beräknar transformationen $\mathbf{ABD}$ på två olika sätt.

$$\mathbf{Dn} = \mathbf{A} * (\mathbf{B} * \mathbf{D}) ;$$

$$\mathbf{Dm} = (\mathbf{A} * \mathbf{B}) * \mathbf{D} ;$$

Hur många produkter av matriselement utförs då man beräknar $\mathbf{Dn}$ respektive $\mathbf{Dm}$.

(b) Antag $\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ Bestäm $\mathbf{A}$. (3p)

Lycka till !!

önskar Katarina