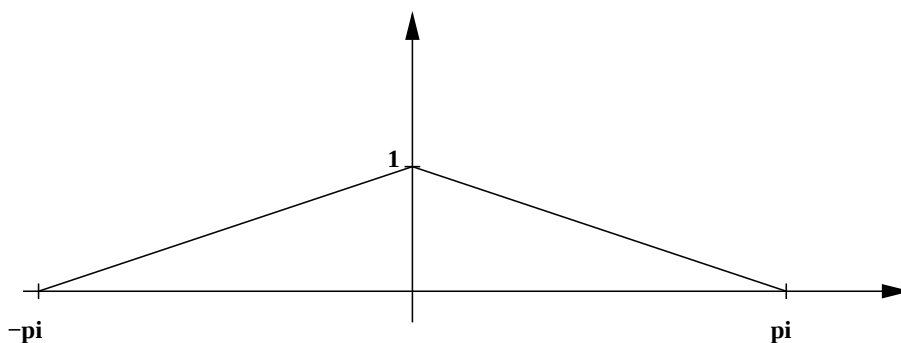


Observera att alla lösningar skall motiveras om inte annat sägs. Lösningar läggs in på kursens hemsida efter tentan. Skrivningarna beräknas vara färdigrättade den 8:e november. Senast då meddelas också granskningstider på hemsidan. För betyget 3 krävs 25p, för betyget 4 krävs 32p och för betyget 5 krävs 40p. Lycka till!

1. Bestäm alla lösningar till differensekvationen (6p)

$$y_{n+2} - 5y_{n+1} + 6y_n = 2^n.$$

2. Låt $f(x)$ vara definierad på intervallet $[-\pi, \pi]$ och där ha följande graf

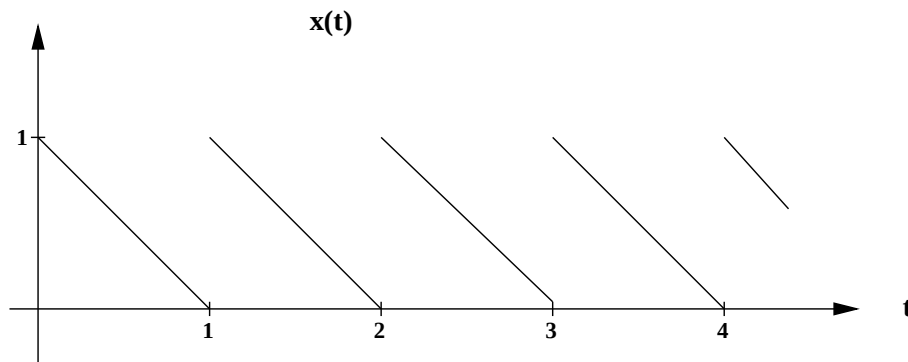


- (a) Bestäm funktionens fourierserie. (4p)

- (b) Beräkna med hjälp av (a) summorna (4p)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \text{ och } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^4}$$

3. Betrakta differentialekvationen $y''(t) + y(t) = x(t)$, $t \geq 0$ med $y(0) = y'(0) = 0$ och där $x(t)$ är den periodiska funktion vars graf är (4p)



Bestäm laplacetransformen $Y(s)$ av lösningen $y(t)$. (Det är alltså inte själva $y(t)$ som skall bestämmas.)

VÄND!

4. Betrakta serien

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}.$$

(a) Visa att serien konvergerar. (2p)

(b) Bestäm seriens summa. (4p)

5. Bestäm för varje reellt tal $a \neq 0$ den talföljd $\{y_n\}_0^\infty$ som för $n = 0, 1, 2, \dots$ uppfyller (6p)

$$y_n + \sum_{k=0}^n 4^{n-k} y_k = a^n.$$

6. Visa att summan $s(x)$ av serien (6p)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n^3 + x^2}$$

är en kontinuerlig funktion på hela reella tallinjen.

7. (Teoriuppgift)

(a) Definiera vad som menas med faltningen av två funktioner $f(t)$ och $g(t)$ som båda är noll då $t < 0$. (1p)

(b) Använd definitionen för att bestämma faltningen av $f(t) = H(t)$ och $g(t) = tH(t)$, där $H(t)$ som vanligt är Heavisidefunktionen. (2p)

(c) Bevisa faltningssatsen för Laplacetransformer. (5p)

8. **Tilläggsuppgift, bara för den som inte gjort alla datorlabbarna.**

Bestäm konvergensradierna för följande två potensserier (3p per styck)

(a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} x^{2n-1}$$

(b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} x^n$$

/J-E A