

Observera att alla lösningar skall motiveras om inte annat sägs. Lösningar läggs in på kursens hemsida efter tentan. Skrivningarna beräknas vara färdiggrättade den 28:e januari. Granskningstider anslås då på kurshemsidan. För betyget 3 krävs 25p, för betyget 4 krävs 32p och för betyget 5 krävs 40p. Lycka till!

1. Bestäm den lösning till differensekvationen

$$y_{n+2} - 6y_{n+1} + 8y_n = 2^n, \text{ då } n = 0, 1, 2, \dots$$

som uppfyller $y_0 = 0$ och $y_1 = 1$. (6p)

2. Bestäm med hjälp av laplacetransformering den lösning $y(t)$ till differentialekvationen

$$y'' + y = 5e^{-t} \sin t \text{ för } t > 0$$

som uppfyller $y(0) = y'(0) = 0$. (6p)

3. (a) Bestäm cosinusserien på $[0, \pi]$ för funktionen $\sin x$. (4p)

(b) Använd resultatet i (a) för att bestämma (1p)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$$

(c) Använd resultatet i (a) för att bestämma (2p)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n^2 - 1)^2}$$

4. (a) Bestäm konvergensradien för potensserien (3p)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^{2n+1}$$

(b) Bestäm konvergensradien för potensserien (3p)

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^n x^{n^2}$$

5. Antag att man för ett kausalt, tidsinvariant, linjärt digitalt filter vet att insignalen $\{x_n\} = \{2^n\}$ ger upphov till utsignalen $\{y_n\} = \{2^n \sin \frac{n\pi}{3}\}$. Bestäm filtrets överföringsfunktion $H(z)$ och dess pulssvar $\{h_n\}$. (Pulssvaret är alltså den utsignal som svarar mot insignalen $\{x_n\}$ där $x_0 = 1$ och $x_n = 0$ för $n > 0$.) (5p)

VÄND!

6. Låt funktionen $f(t)$ vara definierad på intervallet $[0, \infty]$ genom att $f(t) = \frac{1}{n}$ på intervallet $[n-1, n]$ för $n = 1, 2, \dots$. Bestäm funktionens Laplacetransform. (6p)
7. (a) Hur definieras i kursen z -transformen av en talföljd? (1p)
 (b) Hur definieras i kursen faltningen av två talföljder? (1p)
 (c) Formulera och bevisa faltningssatsen för z -transformen. (4p)
 (d) Bestäm faltningen av de båda följderna $1, 2, 3, 0, 0, 0, \dots$ och $4, 5, 0, 0, 0, 0, \dots$. (2p)

8. Tilläggsuppgift, bara för den som inte gjort alla datorlabbarna.

Bestäm talen a och b så att

$$\int_{-1}^1 (x - a \sin \pi x - b \sin 2\pi x)^2 dx$$

är så liten som möjligt och ange minimivärdet. (6p)

/J-E A