

Skriv namn och personnummer
på varje inlämnat papper, dessutom
linje och inskrivningsår på omslaget.

Datum: 2007-01-18 kl 8.30-12.30

Hjälpmedel: Formelblad (bifogas), typgodkänd räknare

Telefonvakt: 0762-721860

Observera att inga poäng från datorlabbar gäller längre, så alla uppgifter skall göras. Observera också att alla lösningar skall motiveras om inte annat sägs. Lösningar läggs in på kursens hemsida senast dagen efter tentan. Skrivningarna beräknas vara färdigrättade fredagen den 2:e februari. Rättningen kan från måndagen därpå granskas på expeditionen i Matematiska vetenskaper. Denna har öppet varje vardag 8.30-13. För betyget 3 krävs 20p, för betyget 4 krävs 30p och för betyget 5 krävs 40p. Lycka till!

1. Betrakta den funktion f med perioden 2π som uppfyller $f(x) = 0$ då $-\pi \leq x < 0$ medan $f(x) = \pi - x$ då $0 \leq x < \pi$.

(a) Bestäm koefficienterna i fourierserien för funktionen f . (4p)

(b) Använd fourierserien med $x = 0$ för att bestämma summan av serien (2p)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$$

2. Betrakta differentialekvationen

$$y'' - 5y' + 6y = 1, \quad t > 0$$

med begynnelsevillkoret $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$. Bestäm lösningen med hjälp av laplacetransformering. (6p)

3. Betrakta differensekvationen

$$y_{n+2} - 5y_{n+1} + 6y_n = 1, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

med $y_0 = 1$ och $y_1 = 2$. Bestäm lösningen med hjälp av z -transformering. (6p)

4. Lös problemet i föregående uppgift utan z -transformering. (6p)

5. (a) Antag att en talföljd $\{y_n\}_0^\infty$ har z -transformen

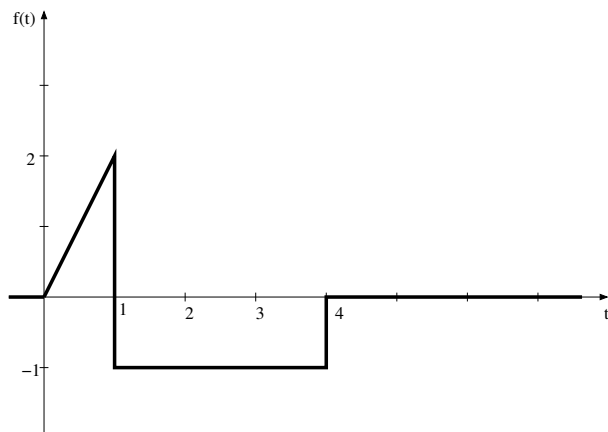
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{(3^n + n)z^n}.$$

Ange y_2 . (1p)

(b) För vilka reella värden på z är transformen i (a) definierad? (5p)

VÄND!

6. Betrakta funktionen $f(t)$ med följande graf.



- (a) Uttryck denna funktion med hjälp av enhetsstegfunktioner. (3p)
 - (b) Bestäm laplacetransformen av funktionen. (4p)
7. (a) Hur definieras faltningen av två funktioner $f(t)$ och $g(t)$ som båda är 0 för negativa t -värden? (1p)
- (b) Låt $f(t) = H(t) \sin t$ respektive $g(t) = H(t) \sin 2t$, där $H(t)$ är Heavisides stegfunktion. Bestäm faltningen av $f(t)$ och $g(t)$ utgående från definitionen. (3p)
- (c) Bestäm nu istället faltningen av $f(t)$ och $g(t)$ med hjälp av laplacetransformering. (3p)
8. Hur kan man med hjälp av resultat från linjär algebra motivera att koefficienterna i fourierserien för en funktion med perioden 2π ser ut som de gör? (6p)

/J-E A