

Skriv namn och personnummer
på varje inlämnat papper, dessutom
linje och inskrivningsår på omslaget.

Datum: 2008-08-27 kl 8.30-12.30

Hjälpmedel: Formelblad (bifogas), typgodkänd räknare

Telefonvakt: 0762-721860 Fredrik Lindgren

Observera att inga poäng från datorlabbar gäller längre, så alla uppgifter skall göras. Observera också att alla lösningar skall motiveras om inte annat sägs. Lösningar läggs in på kursens hemsida senast dagen efter tentan. Skrivningarna beräknas vara färdiggrättade den 12:e september. Rättningen kan därpå granskas på expeditionen i Matematiska vetenskaper. Denna har öppet varje vardag 9-13. För betyget 3 krävs 20p, för betyget 4 krävs 30p och för betyget 5 krävs 40p. Lycka till!

1. Bestäm med hjälp av laplacetransformering lösningen $y = y(t)$ till följande begynnelsevärdesproblem (6p)

$$y'' - 9y = 24e^t, \quad y(0) = y'(0) = 0$$

2. Utveckla i en fourierserie med perioden 2π den funktion f som uppfyller (6p)

$$f(t) = \frac{\pi}{2} - |t|.$$

på intervallet $[-\pi, \pi]$.

3. Betrakta differensekvationen

$$y_{n+2} - 6y_{n+1} + 8y_n = 3^n$$

med startvärdena $y_0 = 1$ och $y_1 = 2$. Lös ekvationen utan hjälp av z -transform. (6p)

4. Lös nu ekvationen i föregående uppgift med hjälp av z -transform. (6p)

5. (a) Hur definieras faltning av två funktioner f och g vilka båda är 0 på negativa reella axeln? (1p)

(b) Använd definitionen för att bestämma faltningen av funktionerna $f(t) = e^t H(t)$ och $g(t) = e^{2t} H(t)$, där som vanligt $H(t)$ är Heavisides stegfunktion. (2p)

(c) Formulera faltningssatsen för laplacetransformer. (1p)

(d) Använd satsen i (c) för att bestämma faltningen i (b). (2p)

6. (a) Antag att för följderna $\{h_n\}$ gäller att $\{h_n\} * \{2^n\} = \{2^{-n}\}$. Bestäm $\{h_n\} * \{3^n\}$. (4p)

(b) Bestäm för varje $a \neq 0$ den följd $\{x_n\}$ som uppfyller $\{x_n\} * \{a^n\} = \{a^{-n}\}$. (2p)

7. Visa att summan $s(x)$ av serien (6p)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n^3 + x^2}$$

är en kontinuerlig funktion på hela reella tallinjen.

VÄND!

8. (a) Definiera vad som menas med konvergensraden för en potensserie. (1p)

(b) Bevisa det resultat i boken som säger att om en potensserie $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ konvergerar för $x = x_0$ där $x_0 \neq 0$ så är serien konvergent för alla x med $|x| < |x_0|$. (5p)

(c) Bestäm konvergensraden till (2p)

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{3^k + 1}.$$

/J-E A