

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

Betygsgränser, ev bonuspoäng inräknad: 20 - 29 p. ger betyget 3, 30 - 39 p. ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5. För att bli godkänd krävs även att man är godkänd på laborationen i matlab.

Besked om tentans rättning ges på kursens hemsida

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv155e/0506/

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

a) Ange en vektor ($\neq \mathbf{0}$) som är ortogonal mot $(1, 2, -2)$. (2p)

b) Ange alla lösningar till ekvationssystemet (3p)

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ 2x + 5y - z = -1 \\ x + 4y - z = 0 \end{cases}$$

c) Ange alla reella lösningar till ekvationen (2p)

$$\ln x + \ln(3 - x) = \ln 2.$$

d) Negera utsagan: “ för alla $y \in A$ finns $x \in B$ så att $x > y$ ”. (2p)

e) Ge exempel på en funktion f med $D_f = [0, 1]$ och $V_f = [0, \infty[$. (2p)

f) Rita lösningsmängderna i det komplexa talplanet till: (3p)

i. $|z + 1 - i| = 2$

ii. $z^3 = 1$

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. Lös olikheten $x^5 < 3x^3 + 4x$ (6p)

3. Bestäm en ekvation, på normalform, för det plan som innehåller punkterna $(1,0,4)$, $(-2,1,0)$ och $(3,2,1)$. (6p)

4. Beräkna följande gränsvärden: (6p)

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(1 + \ln x)}{\ln x^2}$

5. Skissa kurvan $y = x^x$, $x > 0$. Beräkna även, och skissa, tangenten till kurvan i punkten där $x = 1$. (6p)

VÄND!

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du (6p)
behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p.
Dock ej mindre än 0p totalt.
- a) Varje homogent ekvationssystem med lika många ekvationer som obekanta har bara den triviala lösningen.
 - b) $e^z \neq 0$ för varje komplext tal z .
 - c) $\arcsin(\sin x) = x$ för alla $x \in \mathbf{R}$.
 - d) Om f är en inverterbar funktion så är f strängt monoton.
 - e) Om f är kontinuerlig i a så är $|f|$ kontinuerlig i a .
 - f) Om $|f|$ är kontinuerlig i a så är f kontinuerlig i a .
7. Rita en figur som illustrerar olikheterna $\sin x < x < \tan x$ för $0 < x < \frac{\pi}{2}$. (6p)

Bevisa med hjälp av ovanstående olikheter att $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$.

Lycka till!
Lennart