MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Inledande matematik för E, TMV156
Tid: 2006-10-27, kl 08.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga

Telefonvakt: Peter Lindroth, Henrik Seppänen tel 0762- 721 860, 0762- 721 861

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.
Betygsgränser, ev bonuspoäng inräknad: 20 - 29 p. ger betyget 3, 30 - 39 p. ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
Lösningar anslås första arbetsdagen efter tentamenstillfället.
Rättningsprotokoll anslås ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Mera information om rättning och granskning ges på kursens hemsida.

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) Bestäm de gemensamma punkterna till planen $2x + y = 3$, $y + 2z = 1$ och $x + y + z = 2$. (2p)

   b) Bestäm alla reella x som uppfyller olikheten $\dfrac{x+2}{3-x} \geq 0$. (2p)

   c) Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $x^3 + y^3 = 2$ i punkten $(1, 1)$. (2p)

   d) Lös ekvationen $z^3 = i$. Svaren ska ges på formen $a + bi$. (2p)

   e) Beräkna följande gränsvärden: (3p)

   i. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x}$ ii. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x}$ iii. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(x+e^x)^2}{3e^{2x}}$

   f) Ge exempel på en funktion f sådan att $f'(0)$ existerar, men inte $f''(0)$. (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna $(2, -1, 0)$, $(-1, -1, -1)$ och $(2, 1, 1)$. Beräkna sedan avståndet från punkten $(1, 1, 1)$ till planet. (6p)

3. Beräkna största värdet av funktionen $f(x) = \sqrt{1+x} - \dfrac{x}{2}$ $(x \geq -1)$. (6p)

4. Rita grafen till funktionen $f(x) = \dfrac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}$. (6p)
   Ange eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (Konvexitet/konkavitet behöver inte utredas.)

5. Ett 2 m högt staket löper parallellt med ett höghus, på 1 m avstånd från huset. Hur lång är den kortaste stege som når husväggen från marken och över staketet? (6p)

Var god vänd!

MATEMATIK
Chalmers

---

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)

   a) Om $f(x)$ och $g(x)$ är växande på ett intervall I så är också $f(x)+g(x)$ växande på I.

   b) Varje deriverbar funktion är kontinuerlig.

   c) Om $f(x) \to \infty$ då $x \to 0$ och $g(x) \to \infty$ då $x \to 0$, så måste $f(x) - g(x) \to 0$ då $x \to 0$.

   d) Triangeln med hörn i punkterna (-3,0,-1), (-1,-1,1) och (1,6,-2) är rätvinklig.

   e) Om f är en funktion som är deriverbar på $[a, b]$ och $f(a) < f(b)$ så finns ett tal $c \in (a, b)$ sådant att $f'(c) > 0$.

   f) $\dfrac{d}{dx}|x^2 + x| = |2x + 1|$.

7. a) Definiera derivatan av en funktion f i en punkt a. (6p)

   b) Låt

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{då} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{då} \quad x = 0 \end{cases}$$

   Beräkna $f'(x)$ då $x \neq 0$.
   Samma funktion f åsyftas i uppgift c och d:

   c) Visa med hjälp av derivatans definition att $f'(0) = 0$.

   d) Visa att f' ej är kontinuerlig i $x = 0$.

Lycka till!
/LF