

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

(Bonuspoäng från duggor hösten 2011 inkluderas.)

Lösningar läggs ut på kursens webbsida tidigast 24/10.

Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Angående granskning, se kursens hemsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv125/1112/

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

a) Lös ekvationen $|x - 2| = 4$. (2p)

b) Derivera funktionen $f(x) = \ln(x^2 + 1)$. (2p)

c) Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ x + 2y - z = 4 \\ 2x + y + z = 5 \end{cases}$$

d) Bestäm $\cos(\arcsin(-\frac{5}{6}))$. (2p)

e) Beräkna följande gränsvärden: (3p)

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x)}{x} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x^2} \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^x + x^4 + e^{2x}}{2x^2 e^x + 5x^4 + 3e^{2x}}$$

f) Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan (3p)

$$\frac{y^3}{x} + x^2 y = -4$$

i punkten $(-2, -2)$. I närheten av denna punkt är kurvan grafen till en funktion $y(x)$.

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) Ett plan innehåller den räta linjen $(x, y, z) = (2 + 5t, 1 + 2t, 1 + t)$ och punkten $(3, -1, -2)$. Bestäm en ekvation för planet. (4p)

b) Ligger punkten $(1, 2, 3)$ i planet? Motivera ditt svar. (1p)

c) Är linjen $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{3}$ vinkelrät mot planet? Motivera ditt svar. (1p)

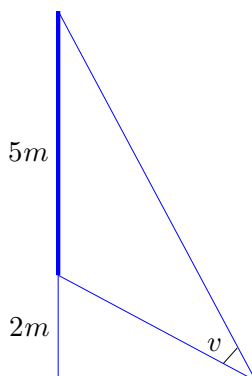
3. a) Visa att funktionen $f(x) = x^7 + x^5 + 3$ är inverterbar. (3p)

b) Beräkna $(f^{-1})'(5)$. (3p)

4. Rita grafen till funktionen $f(x) = \ln(1 - 2x) + 2 \arctan x$. Ange speciellt funktionens definitionsmängd och värdemängd, eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (Du behöver inte utreda konvexitet/konkavitet). (6p)

Var god vänd!

5. En 5 m hög staty står på en sockel som är 2 m hög. Om ögat befinner sig i samma höjd som sockelns bas, hur långt från denna ska man stå för att statyn ska uppta största möjliga vinkel i synfältet? (6p)



6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)
- a) Alla lösningarna till en ekvation av typen $z^3 = a$ (där $a \neq 0$ är ett givet komplext tal) kan ligga i samma kvadrant av det komplexa talplanet (Argand-diagrammet).
 - b) Funktionen $f(x) = x \ln x$ är konvex (=concave up) för $x > 0$.
 - c) Olikheten $\ln(1+x) \leq x$ är sann för alla reella tal $x > -1$.
 - d) En kontinuerlig funktion f kan ha definitionsmängden $\mathcal{D}_f = [0, 1]$ och värdemängden $\mathcal{V}_f = (0, 1)$.
 - e) För funktionen $f(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 20x$ finns det åtminstone en punkt $c \in (1, 2)$ med $f'(c) = 9$.
 - f) Funktionerna $f(x) = \ln((x-2)(x-5))$ och $g(x) = \ln(x-2) + \ln(x-5)$ har *inte* samma definitionsmängd.
7. a) Definiera *derivatan* av en funktion f i punkten x . (2p)
- b) Bevisa att om f är deriverbar i intervallet (a, b) och i detta intervall har sitt största värde i punkten c , så är $f'(c) = 0$. (4p)