

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

(Bonuspoäng från duggor hösten 2011 inkluderas.)

Lösningar läggs ut på kursens webbsida efter skrivningstidens slut.

Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Angående granskning, se kursens hemsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv125/1112/

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

a) Förenkla

$$\frac{15^{16} \cdot 49^7}{35^{15} \cdot 3^{16}},$$

så långt möjligt. (2p)

b) Beräkna $f'(1)$ när $f(x) = e^{x^2-1}$. (2p)

c) Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} -6x_1 - 14x_2 - 18x_3 = 19 \\ 21x_1 - 10x_2 + 4x_3 = -18 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -3 \end{cases},$$

om det finns några.

d) Beräkna $\cos 2v$, när $\sin v = 1/3$. (2p)

e) Avgör om följande gränsvärden existerar och bestäm dem i så fall:

i. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(2x+1) - \ln x)$. (1p)

ii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{3/2} - 1}{\ln(1+x)}$. (2p)

f) Funktionen $f(x) = \ln \sqrt{1+x^3}$, $x > -1$, är inverterbar. Bestäm en ekvation för tangenten till grafen av f^{-1} i punkten $(\ln 3, f^{-1}(\ln 3))$. (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. En rät linje går genom punkten $A = (2, 1, 1)$ och är vinkelrät mot planet genom punkterna A , $B = (2, -1, 2)$ samt $C = (-1, 1, -1)$.

a) Bestäm en ekvation för planet. (3p)

b) Bestäm avståndet mellan planet och punkten $D = (6, -2, 4)$. (2p)

c) Avgör om D ligger på den räta linjen. (1p)

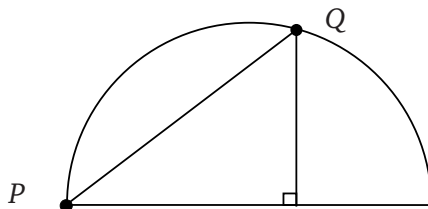
Var god vänd!

3. Bestäm definitions- och värdemängd till funktionen $f(x) = e^{-x^2-x}\sqrt{2x+1}$. (6p)

4. Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{3(x-1)^2}{x^2-x-2}$. (6p)

Ange speciellt funktionens definitionsmängd och värdemängd, eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (Du behöver inte utreda konvexitet/konkavitet).

5. I en halvcirkel med fix radie R , ritar man en rätvinklig triangel med hörn i P (som är fix) och Q (som kan väljas fritt på halvcirkelbågen). Vilken är den största area triangeln då kan ha? (6p)



6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)

a) Om z är ett komplext tal sådant att $\bar{z} = \frac{3}{z}$ så är $|z| < 2$.

b) Funktionen $f(x) = \frac{x}{\ln|x|}$ blir kontinuerlig i $x = 0$, om man sätter $f(0) = 0$.

c) $\arccos(\cos 4) = 4$. (Vinkelenhet är förstås radianer).

d) Om $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 1$, så gäller att $f(x+1) > f(x) + \frac{1}{2}$, för alla tillräckligt stora värden på x .

e) Normalen till kurvan $y = 2x^2$ i punkten $(1, 2)$ går genom punkten $(4, 0)$.

f) Funktionen $f(x) = e^{-x^2-x}$, har ett lokalt minimum i $x = -\frac{1}{2}$.

7. a) Definiera *derivatan* av en funktion f i en punkt x . (2p)

b) Formulera och bevisa *produktregeln*, dvs räknelagen för derivering av en produkt av två funktioner. (4p)

Lycka till!
/Lennart