

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

(Bonuspoäng från hösten 2012 inkluderas.)

Lösningar läggs ut på kursens webbsida 29/10.

Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Angående lösningar och granskning, se kursens hemsida

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv125/1213/

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.
Glöm inte att det i vissa uppgifter är lätt att kontrollera svaret!

- a) Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} x - y - z = 1 \\ -x + 2y + 2z = 0 \\ 3x - y - z = 5 \end{cases}$$

- b) Ange **två** vektorer som inte är parallella med varandra, och som båda (2p)

är vinkelräta mot vektorn $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -3 \end{bmatrix}$.

- c) Ange en av lösningarna till ekvationen $z^2 = -8i$, svara på formen $a+bi$ (2p)
utan att använda trigonometriska uttryck.

- d) Ange det eller de öppna intervall där kurvan $y = xe^{-x}$ är *konvex* (2p)
(Adams: *concave up*).

- e) Beräkna för funktionen $f(x) = \frac{e^x + 2x - 1}{2e^x + x - 2}$ följande gränsvärden: (3p)

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \quad \beta) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

- f) Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $2y^4 + x^3 = x^2y^3$ (2p)
i punkten $(-1, 1)$.

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) En rät linje går genom punkten $(2, -3, 4)$ och är vinkelrät mot planet (3p)
med ekvationen $3x + 6y + 2z = 0$. Bestäm linjens ekvationer, **både** i
parameterform och i parameterfri form.

- b) Bestäm avståndet mellan linjen i (a) och punkten $(3, -2, 4)$. (3p)

Var god vänd!

3. Bestäm värdemängden för funktionen $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 7}{x^2 + 4}$. (6p)
4. Rita grafen till funktionen $f(x) = \arctan 3x - \arctan x$. Ange också alla eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (Du behöver inte utreda konvexitet/konkavitet). (6p)
5. Utred för vilket eller vilka värden på det reella talet k har ekvationen $e^{2x} = k\sqrt{x}$ *exakt en* lösning? Motivera väl! (6p)
6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Svaren ska motiveras. Högst 2 poäng per fråga, bara svaret "sant" eller "falskt" ger ingen poäng. (6p)
- a) Om f är en strängt växande funktion definierad för alla reella tal, så måste $f(x) \rightarrow \infty$ då $x \rightarrow \infty$.
 - b) Det finns strängt avtagande funktioner som är konvexa (Adams: concave up).
 - c) Om det komplexa talet z_0 är lösning till ekvationen $z^n = 1$, så är $\bar{z}_0 = z_0^{n-1}$.
7. a) Skriv det gränsvärde som definierar *derivatan* av en funktion f i en punkt x . (2p)
- b) Bevisa med derivatans definition att $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$. (3p)
De gränsvärden som ingår i detta bevis behöver inte bevisas.
- c) Bevisa att $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$. (2p)