

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

(Bonuspoäng från hösten 2013 inkluderas.)

Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 28/10.

Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Angående lösningar och granskning, se kursens hemsida

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv125/1314/

Examinator: Lennart Falk.

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.
Glöm inte att du i vissa uppgifter lätt kan kontrollera ditt svar!

- a) Förenkla så långt möjligt uttrycket (2p)

$$\frac{(u^{1/2})^{1/5}(u^{-1/5})^2}{(u^{1/4})^2(u^{2/5})^{1/4}}$$

- b) För vilka värden på konstanterna a och b gäller att ekvationssystemet (2p)
- $$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x + ay = b \end{cases} \text{ saknar lösningar?}$$

- c) Bestäm $g'(4)$ om $g(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x}}$, $f(4) = -8$ och $f'(4) = 1$. (2p)

- d) Funktionen $f(x) = \frac{2-3x}{x+4}$ är inverterbar. Bestäm en formel för $f^{-1}(x)$. (2p)

- e) En cirkel har ekvationen $x^2 + y^2 + 10y + 23 = 2x$. (2p)
Bestäm cirkelns medelpunkt och radie.

- f) På vilket eller vilka intervall gäller att funktionen $f(x) = \sqrt{(1-x)(x+5)}$ (3p)
är strängt växande?
(Glöm inte att ta hänsyn till funktionens definitionsmängd.)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) Bestäm en ekvation för det plan som går genom punkten $(-2, 0, 3)$ (3p)
och är vinkelrätt mot linjen som ges av

$$\frac{x-2}{2} = 7 + y = \frac{z+6}{-3}.$$

- b) Bestäm skärningspunkten mellan linjen och planet i a). (3p)

Var god vänd!

3. Beräkna följande gränsvärden: (6p)

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(1 + \ln x)}{\ln x^2}$

4. a) Rita grafen till funktionen $f(x) = e^{-x^2} \sqrt{4x^2 + 1}$. Ange funktionens värdemängd, samt eventuella asymptoter och lokala extrempunkter. (5p)

b) Bestäm värdemängden till funktionen $g(x) = xe^{-x^2} \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}$. (2p)

5. På den båge av ellipsen med ekvation $(\frac{x}{2})^2 + y^2 = 1$ som ligger i första kvadranten väljs en punkt A . Vilken är den största area triangeln med hörn i punkterna A , $B = (0, 1)$ och $C = (2, 0)$ kan ha? (6p)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. (6p)

Svaren ska motiveras.

Högst 2 poäng per fråga, bara svaret "sant" eller "falskt" ger ingen poäng.

a) Funktionen $f(x) = x \arctan(x)$ är konvex på intervallet $(-\infty, \infty)$.

b) $\arcsin(\sin x) = x$ för alla $x \in \mathbf{R}$.

c) Om $z^3 + 3z^2 + 3z = 7$, så måste $|z + 1| = 2$.

7. a) Bevisa att om en funktion är deriverbar i en punkt, så är den också kontinuerlig i punkten. (3p)

b) Härled derivatan av $\arcsin x$. (3p)