

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

(Bonuspoäng från hösten 2013 inkluderas.)

Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 27/8.

Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Angående lösningar och granskning, se kursens hemsida

[www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv125/1314/](http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv125/1314/)

Examinator: Lennart Falk.

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.  
Glöm inte att du i vissa uppgifter lätt kan kontrollera ditt svar!

a) Lös ekvationen  $\ln(\ln x) = 1$ . (2p)

b) Bestäm alla reella tal  $x$  sådana att  $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} < 0$ . (2p)

c) Skriv talet  $\frac{(1 - \sqrt{3}i)^9(1 + i)^{12}}{(2i)^{13}}$  på formen  $a + ib$ . (3p)

d) I vilka punkter antar funktionen  $f(x) = |\sin(\cos x)|$  sitt minsta värde? (2p)

e) Bestäm talet  $a$  så att ekvationssystemet  $\begin{cases} 2x + a^2y = 6 \\ x + 2y = a + 1 \end{cases}$  saknar lösning. (2p)

f) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 - \frac{\cos x}{2}} - \sqrt{1 + \frac{\cos x}{2}}}{x^2}$ . (3p)

**Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.**

2. a) Bestäm skärningspunkten mellan den räta linjen  $L$  med ekvationerna (2p)  
 $x - 1 = \frac{y}{2} = \frac{1 - z}{3}$  och planet  $P$  med ekvationen  $x - 2y - 2z = 5$

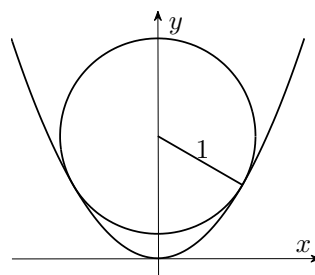
b) Bestäm en ekvation för det plan som innehåller den räta linjen  $L$  och (4p)  
är vinkelrätt mot planet  $P$ .

3. Rita grafen till funktionen  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 8x + 18}}{x}$ . Ange funktionens (6p)  
definitionsområde och värdemängd, samt eventuella asymptoter och lokala  
extrempunkter.

**Var god vänd!**

4. En fyr står 3 km från närmaste punkten  $P$  på en rätlinjig kust. Fyrens lykta sveper runt 4 varv per minut. Beräkna hastigheten med vilken ljuskägla från fyren rör sig längs kustlinjen då den passerar en punkt  $Q$  på kusten belägen 1 km från  $P$ . (6p)

5. Figuren visar en cirkel med radien 1 inskriven i parabeln  $y = x^2$ .



Bestäm  $y$ -koordinaten för cirkelns medelpunkt. (6p)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. (6p)

**Svaren ska motiveras.**

Högst 2 poäng per fråga, bara svaret "sant" eller "falskt" ger ingen poäng.

- a) Om  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$  och  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{0}$ , så är  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$  eller  $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ .
- b) För varje tal  $a > 0$  finns ett annat tal  $b$  så att  $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$ .
- c)  $\arcsin(\sin x) = x$  för varje reellt tal  $x$ .

7. Formulera och bevisa *produktregeln*, dvs räknelagen för derivering av en produkt av två funktioner. (6p)