

# Översikt över asymptotbestämning

- **Lodrät asymptot**

Är funktionen  $f$  odefinierad i en punkt  $x = a$ ?

Om i så fall  $f$  går mot  $\infty$  eller  $-\infty$  då  $x \rightarrow a^-$  eller då  $x \rightarrow a^+$ , så är linjen  $x = a$  en (lodrät) asymptot till grafen  $y = f(x)$ .

Linjen kan vara asymptot då  $y \rightarrow \infty$  eller då  $y \rightarrow -\infty$  eller båda delarna!

- **Vågrät asymptot**

Har  $f$  ett gränsvärde  $= A$  då  $x \rightarrow \infty$  eller då  $x \rightarrow -\infty$ ?

I så fall är linjen  $y = A$  en (vågrät) asymptot till grafen  $y = f(x)$ .

Observera att  $f$  kan ha olika asymptoter då  $x \rightarrow \infty$  och  $x \rightarrow -\infty$ !

- **Sned asymptot**

En linje  $y = kx + m$  är asymptot till  $f$  om  $f(x) - (kx + m)$  har gränsvärdet noll då  $x \rightarrow \infty$  (eller  $x \rightarrow -\infty$ ). Om då  $k = 0$  är det en vågrät asymptot enligt ovan, men om  $k \neq 0$  så kallar vi den en sned asymptot.

För att bestämma en sned asymptot,

1) undersök om  $f(x)/x \rightarrow k$  då  $x \rightarrow \infty$  (eller  $x \rightarrow -\infty$ )

2) undersök om i så fall  $f(x) - kx \rightarrow m$  då  $x \rightarrow \infty$  (eller  $x \rightarrow -\infty$ )

Då är  $y = kx + m$  en sned asymptot till grafen  $y = f(x)$ .

**Anm 1:** Om bara 1) är uppfyllt, är det inte säkert att 2) är det! I så fall finns ingen asymptot.

**Anm 2:** I specialfallet rationell funktion (med täljarens gradtal en enhet större än nämnarens) kan sned asymptot bestämmas genom division: se Adams 4.6 ex 5 sid 248!

**Anm 3:** Observera att  $f$  kan ha högst en asymptot (horisontell eller sned) i fallet då  $x \rightarrow \infty$  liksom i fallet då  $x \rightarrow -\infty$ , men det kan vara två helt olika asymptoter i dessa båda fall.