

Tentamen i Matematisk analys i en variabel för V och AT, TMV130

2008 08 22 kl. 8.30–12.30.

Hjälpmedel: Inga, ej räknedosa. Formelsamling finns på baksidan.

Telefon: Adam Wojciechowski, 0762 72 18 60

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.

Ange på omslaget vilket år du gjort de obligatoriska matlabuppgifterna.

Skriv program och inskrivningsår på omslaget, skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. Ange en primitiv funktion till

(a) $x^2(12 + x^3)^{19}$ (4p)

(b) $(2x + 1) \ln(x + 1)$ (4p)

(c) $\frac{1}{2x+x^2}$ (4p)

2. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' + 2y' + 5y = 5$
som uppfyller begynnelsevillkoret $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$. (6p)

3. Bestäm Maclaurinpolynomet av grad 3 för funktionen $f(x) = \ln(1 + xe^{-x})$. (6p)

4. Bestäm den lösning till differentialekvationen $xy' + (1 - x)y = 1$, $x > 0$,
som har ett ändligt gränsvärde då $x \rightarrow 0$. (6p)

5. Kurvan $y = xe^{-x}$, $0 \leq x < \infty$ roterar kring x-axeln.
Beräkna volymen av den obegränsade kropp som innesluts av den roterande kurvan. (6p)

6. Lösningen till differentialekvationen $xy'' + y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ har en
Maclaurinutveckling $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$. Bestäm denna till och med x^4 -termen.
Ledning: Finn ett samband mellan koefficienterna a_n och a_{n+1} . (6p)

7. (a) Formulera och bevisa formeln för *partiell integration*. (3p)

(b) Ge exempel på en *konvergent* och en *divergent* serie. (2p)

(c) Demonstrera hur *Eulers metod* fungerar genom att med steglängd 1 beräkna $y(2)$
approximativt, då $y(x)$ är lösningen till begynnelsevärdesproblemet
 $y' = x + y^2$, $y(0) = 1$.
Rita en figur som stöder din redogörelse! (3p)

Lycka till! /JK