

Tentamen i Matematisk analys i en variabel V (TMV130) och AT (MVE110) 2007-12-21

Skrivtid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa. Formelsamling på baksidan.

Telefon: Adam Wojciechowski, 0762-721860

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng. Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper. Skriv linje och inskrivningsår på omslaget.

För godkänt på kursen krävs utom tentan godkänd matlabuppgift. Ange på omslaget vilket år du gjort denna.

1 Beräkna

$$a) \int \frac{1}{x(x-3)} \quad b) \int \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x}$$

(8p)

2 Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y' + xy = x, \quad y(0) = 7$$

(6p)

3 Bestäm volymen V av den kropp som bildas då det ändliga område som begränsas av x-axeln och grafen till funktionen $y = x(2 - x)$ roterar

a) runt x-axeln, b) runt y-axeln

(6p)

4 Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_2^\infty \frac{dx}{x(x^2 - 1)}$$

(kan du bara visa att den är konvergent så ger det delpoäng).

(6p)

5 Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x} - 1) \ln(1 + x^3)}{(1 - \cos(3x))^2}$$

(6p)

6 Lös differentialekvationen

$$y'' - 4y' + 4y = e^x$$

(6p)

7 I en viss bakteriepopulation ändras antalet bakterier med en hastighet som är proportionell mot antalet bakterier. Proportionalitetskonstanten är 0.1 h^{-1} . Antalet bakterier vid tiden noll är 1000.

a) Ställ upp en differentialekvation för antalet bakterier vid tiden t och lös den. Beräkna dessutom antalet bakterier vid tiden $t = 6 \text{ h}$.

b) Beräkna den tid det tar för bakteriepopulationen att fördubblas.

(6p)

8 a) Bevisa Maclaurinutvecklingen av $\cos x$ i sitt andra ordningens polynom plus en restterm given genom en ordofunktion av ordning 4; dvs bevisa $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \mathcal{O}(x^4)$.

b) Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} \int_x^{2x} \frac{\cos t}{t} dt$.

(6p)

vgv