

Tentamen i Matematisk Analys i en Variabel V och AT ,tmv130

den 9 april -10 kl 8.30-12.30

Hjälpmedel: inga, ej räknare Telefon: Fredrik Lindgren 0703-088304

Om inget annat anges är maxpoängen per uppgift 6p. Maxpoäng 50, betygsgränser 20,30,40

- 1) a) Beräkna $\int_0^{\pi^2/4} \sin(\sqrt{x}) dx$ (4p)
b) Beräkna $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x(x+2)}$ om den konvergerar. Motivera annars att den divergerar (4p)
- 2) Lös begynnelsevärdesproblemet $y' = x\sqrt{1-y^2}$ $y(0) = -1$
- 3) Lös begynnelsevärdesproblemet $y'' + 4y' + 3y = 4e^x$ $y(0) = y'(0) = 0$
- 4) Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området $0 \leq y \leq \sin(x^2)$, $0 \leq x \leq \sqrt{\pi}$ roteras kring y-axeln.
- 5) Beräkna längden av kurvan $x = \cos(t) + t\sin(t)$, $y = \sin(t) - t\cos(t)$, $0 \leq t \leq 4\pi$
- 6) Beräkna gränsvärdet när x går mot 0 av $\frac{(\sin(x))^2 - x \arctan(x)}{(e^{x^2} - 1)(\cos(x^2) - 1)}$
- 7) Man vill räkna ut $\sin(x)$ där x är den positiva roten till ekvationen $e^x = x + 2$.

Uppskatta genom linjärisering hur mycket resultatet ändras om 2 ändras till 2,01.

Du behöver naturligtvis inte genomföra de numeriska räkningarna utan svara med ett uttryck färdigt för räknedosan. Det x som hör ihop med 2 är 1,1462.

- 8) Visa att rektangelregeln för att beräkna integraler numeriskt är en $O(h)$ -metod, dvs att felet kan uppskattas med en konstant gånger h, där h är längden av det största delintervallet.