

Tentamen i Matematisk analys i en variabel V och AT TMV 130

den 16 december 2008 kl 8.30 – 12.30

Inga hjälpmedel, inte heller raknare

Telefon: David Witt-Nystrom 0762- 72 18 60

Om inget annat anges ger varje uppgift max 6p. Betygsgranser 20,30,40

- 1) Beräkna $\int_1^2 x^2 \ln(x) dx$
- 2) Lös begynnelsevärdesproblemet $y' = 2y/x$ $y(1) = 1$
- 3) Lös begynnelsevärdesproblemet $y'' - y' - 6y = e^x$ $y(0) = y'(0) = 0$ (8p)
- 4) Beräkna den volym som uppstår om området begränsat av y-axeln, linjen $y=1$ och kurvan $y = 1 + e^{-x}$ roterar kring x-axeln
- 5) Beräkna gränsvärdet när x går mot 0 av $\frac{(1-x^2)\sin(x) - \arctan(x)}{x(1-\cos(x))}$
- 6) Skriv upp en formel för längden av ellipsen $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $a > b$ som är av formen $aF(e)$ där excentriciteten $e = \sqrt{1 - b^2/a^2}$. F kommer att vara i form av en bestämd integral. (Du kan få delpoäng för vilken (korrekt) formel som helst)
- 7) En radioaktiv substans A med antal atomer $N(t)$ sönderfaller enligt $N(t) = N(0)e^{-kt}$ i B och C som inte finns vid tiden 0. B sönderfaller sedan med hastighet ky (samma k) där y är antalet atomer av B. Vad blir funktionen $y(t)$ och för vilket t är den som störst?
- 8) $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (1 - 2^{2n+1}) x^{2n+1} / (2n+1)!$ Uttryck f i elementära funktioner. Vad är 101:a derivatan av f i 0? (Den andra uppgiften kan göras oberoende av den första)