Lärmål (TMV130, Envariabelanalys V & AT, läsåret 2013/14)

Avsnitt	**För att bli godkänd på kursen skall du kunna:**
2.10	definiera begreppet *primitiv funktion* (*antiderivata*) (Def.7 sid 149) och veta vad som menas med den *obestämda integralen* av en funktion, samt hur den betecknas (Def.8, sid 149).
2.10, 5.6	ange (utantill) primitiva funktioner till $\cos x, \sin x, \dfrac{1}{\cos^2 x}, \dfrac{1}{\sin^2 x}, \dfrac{1}{x^2+1}, \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, samt till alla potensfunktioner x^r och exponentialfunktioner b^x (se tabeller sid 150 & sid 318).
5.1	tolka sigmanotationen för en summa (Def.1, sid 290, samt efterföljande text). Speciellt skall du förstå vad det innebär att byta index i summor och känna till hur de aritmetiska lagarna kan tillämpas på summor beskrivna med sigmanotationen (se markerade rutor sid 291).
5.1	beräkna geometriska och aritmetiska summor dvs summor av typen $$\sum_{k=0}^{n} r^k \quad \text{respektive} \quad \sum_{k=0}^{n}(ak+b).$$
5.3	veta vad som menas med en *undersumma* respektive *översumma* för en funktion på ett intervall, samt med hjälp av dessa begrepp ge en intuitiv beskrivning av hur den *bestämda integralen* (*Riemannintegralen*) definieras.
5.3	urskilja vad som är *integrand*, *integrationsvariabel*, *integrationsgränser* och *differential* i en bestämd integral.
5.3	veta vad som menas med en *Riemannsumma* för en funktion på ett intervall och kunna beräkna bestämda integraler approximativt m.h.a. Riemannsummor.
5.4	använda de grundläggande egenskaperna för bestämda integraler i Sats 3 sid 306 för att beräkna, uppskatta eller göra omskrivningar av integraler.
5.4	veta vad som menas med *medelvärdet av en funktion över ett intervall* (Def.4 sid 309) och kunna formulera medelvärdessatsen för integraler (Sats 4, sid 308).
5.5	formulera analysens huvudsats (Sats 5, sid 311–312), samt använda den för att beräkna bestämda integraler.
5.5	derivera integraluttryck med avseende på en parameter/variabel som förkommer i den övre och/eller undre integrationsgränsen (se markerad ruta på sid 316 och t.ex. Ex.8 på sid 315).
5.6	använda substitution för att beräkna bestämda och obestämda integraler (Sats 6, sid 320).
5.6	använda trigonometriska formler, kvadreringregeln och andra räkneregler för de elementära funktionerna för att (vid behov) skriva om integranden så att integralen kan beräknas.
5.7	beräkna area av områden i xy-planet som begränsas av funktionskurvor och linjer parallella med koordinataxlarna.
6.1	använda partiell integration för att beräkna bestämda och obestämda integraler.
6.2	beräkna integraler av rationella funktioner bl.a. genom att utföra polynomdivision och/eller *partialbråksuppdelning*.
6.3	beräkna integraler med hjälp av *invers sinus-substitution* (se markerad ruta på sid 347 och t.ex. Ex.1&2 sid 347-348).
6.5	avgöra om en integral är generaliserad och ange skälen till detta. Du skall också känna till hur *generaliserade integraler* definieras (se Def.1 och Def.2 i avsnitt 6.5) och avgöra om en generaliserad integral är *konvergent* eller *divergent* genom att beräkna den.
6.6	redogöra för idén bakom (en skiss och kort förklaring räcker), och kunna tillämpa, *trapetsmetoden* och *mittpunktsmetoden* för approximativ beräkning av integraler.

Avsnitt	**För att bli godkänd på kursen skall du kunna:**
7.1	beräkna volymen av rotationskroppar både genom att använda metoden med cirkelskivor och genom metoden med cylinder-skal.
7.3	beräkna area av rotationsytor.
7.4	beräkna massa och masscentrum av trådar, plattor och rotationskroppar.
8.1	avgöra om en given andragradsekvation motsvarar en parabel, ellips eller hyperbel, samt skissa kurvan (endast kurvor där symmetriaxlar/styrlinjer är parallella med koordinataxlarna).
8.2	veta vad som menas med en *parametrisk kurva* (se Def.4, sid 469) och en *plan kurva* (se Def.5, sid 472).
8.2	parametrisera funktionskurvor, linjer och ellipser (se bl.a. Ex.2,3,4,6 & 7, sid 470 & 472).
8.2	byta parametrisering av en kurva för att t.ex. ändra den riktning eller hastighet med vilket en partikel genomlöper kurvan.
8.2, 8.3	skissa parametriserade kurvor i planet.
8.4, 7.3	beräkna längden av plana kurvor, och speciellt av funktionskurvor.
2.10	veta vad som menas med *allmänn lösning* respektive *partikulärlösning* till en differentialekvation, samt veta vad ett *begynnelsevärdesproblem* är.
2.10	lösa första ordningens differentialekvation av typen $y^{(n)} = f(x)$ genom ”direkt integration”.
3.4	ställa upp en differentialekvation för en viss storhet givet information om att dess *tillväxthastighet* är *propotionell* mot storheten självt. (storheten kan t.ex. uttrycka storleken på en population, kraft, temperatur mm)
7.9	redogöra för den allmänna formen för en *separabel differentialekvation* och kunna lösa sådana ekvationer. Du skall också förstå vad som menas med att skriva lösningen på *implicit* respektive *explicit form*, samt vad som menas med en *singulär lösning*.
7.9	lösa linjära differentialekvationer av första ordningen med metoden med *integrerande faktor*.
7.9	lösa *integralekvationer* som kan omformuleras till begynnelsevärdesproblem där differentialekvationen är av typ som studeras i kursen (och därmed framgår av andra lärmål).
18.1	redogöra för den allmänna formen för en *linjär differentialekvation*.
18.1	klassificera differentialekvationer m.a.p. *ordning*, linjär/icke-linjär, *homogen/inhomogen*, separabel, konstanta koefficienter.
18.1	skriva om en linjär differentialekvation på operatorform (se Remark sid 993).
2.10, 3.4, 7.9, 18.1, 18.2	redogöra kort för minst en tillämpning som leder till ett begynnelsevärdesproblem. Du skall också ur en löpande text som beskriver problem, som leder till begynnelse-värdesproblem, kunna sortera ut och ange begynnelsevillkor för sökt storhet. Vidare skall du kunna lösa begynnelsevärdesproblem där differentialekvationen är någon av de typer som studeras i kursen (och därmed framgår av andra lärmål).
3.7 18.5	känna till vad som menas med *karakteristiska ekvationen* till en linjär homogen differentialekvation med konstanta koefficienter, samt kunna lösa sådana differentialekvationer.
18.6	bestämma partikulärlösning till en linjär inhomogen differentialekvation med konstanta koefficienter $P_n(D)y = f(x)$, där högerledet $f(x)$ är av typ som förekommer i avsnitt 18.6, samt bestämma allmänna lösningen till en sådan ekvation.
18.3	redogöra för idén bakom (en skiss och kort förklaring räcker), och kunna tillämpa, Eulers metod för approximativ lösning av begynnelsevärdesproblem (sid 1002 och övre halvan av sid 1003).
18.4	skriva om högre ordningens differentialekvation som ett system av första ordningens differentialekvationer (se Exercise 7 & 8 sid 1010).
3.7 18.3–18.6	lösa begynnelsevärdesproblem där differentialekvationen är en linjär differentialekvation med konstanta koefficienter. Du skall också utifrån löpande text, som leder till sådana problem, kunna sortera ut och ange begynnelsevillkor för sökt storhet.

Avsnitt	**För att bli godkänd på kursen skall du kunna:**
4.9	veta vad som menas med *linjäriseringen* av en funktion i en punkt (Def.8, sid 267) och kunna använda linjärisering för approximativ beräkning av funktionsvärden.
4.10	veta vad som menas med *Taylorpolynomet* av grad/ordning n till en funktion i en punkt, samt kunna bestämma Taylorpolynom till en given funktion i en given punkt och kunna använda det för approximativ beräkning av funktionsvärden.
4.10	redogöra för Taylors formel, med felterm på Lagrange form (Sats 12, sid 275) och på integralform (Sats 22, sid 544), samt känna till vad som menas med att *Taylorutveckla* en funktion i en punkt.
4.10	betydelsen av *stora-ordo-notationen* och dess egenskaper (Def.9 och egenskaperna därefter), samt kunna använda beteckningen vid beräkning av gränsvärden (t.ex. Ex.9 & 10, sid 280)
4.10	veta vad som menas med *Maclaurinpolynom* och *Maclaurinutveckling* av en funktion.
4.10	använda Sats 13 (sid 278) för bestämning av Taylorpolynom (se t.ex. Ex.6,7,8 i avs. 4.10).
9.1	veta vad som menas med en *talföljd* och känna till olika sätt att beskriva talföljder (t.ex. med mängdklamrar som i Ex.1.a-g sid 497 eller rekursivt som i Ex.1.h-i sid 497)
9.1	veta vad som menas med att en talföljd är; *uppåt/neråt begränsad*, *begränsad*, *positiv/negativ*, *växande/avtagande*, *monoton*, *alternerande* (se Def.1, sid 497), samt i enklare fall kunna avgöra om en talföljd uppfyller kriterierna för dessa begrepp.
9.1	veta vad som menas med *gränsvärde av en talföljd* och hur de betecknas (Def.2, sid 499).
9.1	veta vad som menas med en *konvergent* resp. *divergent* talföljd, samt i enklare fall kunna avgöra om en talföljd är konvergent/divergent (se tex. Ex.5-6, sid 499-500).
9.1	känna till och använda gränsvärdesreglerna för talföljder (se markerad ruta på sid 500) för att beräkna gränsvärden (se tex. Ex.6, sid 500).
9.2	veta vad som menas med en *serie* och vad som menas med en *partialsumma* för en serie.
9.2	veta vad som menas med en *konvergent* resp. *divergent serie* (se bl.a. Def.3, sid 505).
9.2	veta vad som menas med en *geometrisk serie* och kunna avgöra om en sådan är konvergent, samt i förekommande fall beräkna sådana (se tex. Ex.1 & 2 sid 506-507).
9.2	använda konvergenskriterierna i Sats 4-6 (sid 508-509) för att avgöra om en serie är konvergent eller divergent, samt kunna använda räknereglerna i Sats 7 (sid 509) för att beräkna eller uppskatta serier.
9.4	veta vad som menas med en *absolutkonvergent* serie (Def.5, sid 521) och kunna använda Sats 13 (sid 521) för att visa att en serie är konvergent. Du skall också veta vad som menas med en *betingat konvergent* serie (Def.6 sid 522) och kunna ge exempel på en sådan serie.
9.5	veta vad som menas med en *potensserie* (Def.7, sid 527) och känna till hur konvergens-området för en potensserie kan se ut (Sats 17, sid 528). Du skall också känna till begreppen *konvergenscentrum*, *konvergensintervall* och *konvergensradie* för en potensserie och speciellt skall du kunna bestämma dessa för serier av typen $\sum_{n=1}^{\infty} a^n(x-c)^n$.
9.6	veta vad som menas med *Taylorserie* resp. *Maclaurinserie* för en funktion.
9.6, 9.8	använda entydighetssatsen för potensserieutvecklingar (sats 21, sid 537) och kända Maclaurinserier (se formelblad) för att bestämma Taylorserier till andra mer sammansatta funktioner (se tex. Ex.3-5 sid 541-542).
9.7, 4.10	använda Maclaurinutveckling för att beräkna gränsvärden (se tex. Ex.3 sid 548–549 och Ex.9 & Ex.10, sid 280).

Avsnitt	**För överbetyg skall du också kunna:**
5.2, 5.3, App. IV	Definiera Riemannintegralen för begränsade funktioner på slutna intervall (Def.1 sid A–28). Du skall också kunna argumentera för att $I_* \leq I^*$ (Exercise 4 i App. IV), givet resultatet i Sats 2 sid A–27.
App. IV	tillämpa Sats 5 sid A–30 för att motivera att en given funktion är Riemann-integrerbar, samt kunna ge exempel på minst en funktion som inte är Riemannintegrerbar.
5.2, 5.3	beräkna areor/bestämda integraler genom att uttrycka dem som gränsvärde av Riemannsummor (se t.ex. Ex.1 & Ex.3 i avsnitt 5.2).
5.3	tolka summor som Riemannsummor, samt uppskatta, approximera och bestämma gränsvärden av Riemannsummor genom att bestämma värdet på motsvarande bestämda integral (se tex. Ex.4. sid 304–305 och Ex.10 sid 316).
5.4	bevisa medelvärdessatsen för integraler (Sats 4, sid 308).
5.5	bevisa analysens huvudsats (Sats 5, sid 311–312).
5.6	formulera och bevisa satsen om substitution i bestämda integraler (Sats 6, sid 320).
6.1	använda partiell integration för att erhålla reduktionsformler och andra identiteter, som led i beräkning av mer komplicerade integraler (se t.ex. Ex.4 och Ex 6 i avs. 6.1).
6.3	beräkna integraler med hjälp av *invers tangens-substitution*, *secant-substitution* $\tan\frac{\theta}{2}$ - *substitution*, eller substitutioner som underlättar beräkning av integraler innehållande uttryck av typen $(ax+b)^{1/n}$.
6.3	kombinera olika egenskaper och integrationsmetoder, samt egenskaper/räkneregler hos de elementära funktionerna, för att beräkna/uppskatta integraler (i mer komplexa situationer än vad som krävs på godkäntnivå).
6.5	avgöra om en generaliserad integral är konvergent eller divergent genom att använda jämförelsekriteriet för integraler (Sats 3 sid 366).
6.7	använda *Simpsons metod* för approximativ beräkning av integraler.
7.1, 7.2	beräkna volymen av mer allmänna kroppar (inte bara rotationskroppar) med skivmetoden.
7.6	beräkna hydrostatiskt tryck (vattentryck) på plana ytor.
7.6	beräkna det arbete som krävs för att förflytta vätska/objekt (bokens exempel och rekommenderade övningsuppgifter speglar situationer som kan komma att examineras).
8.1	tolka och beskriva andragradskurvor i termer av brännpunkter, styrlinjer, symmetriaxlar, halvaxlar och/eller vändpunkter.
8.4	beräkna areor av områden i planet som begränsas av parametriserade kurvor.
8.4	beräkna areor av rotationsytor som genereras av parametriserade kurvor.
3.4	redogöra för den *logistiska modellen* för populationstillväxt, vilket inbegriper att du också motiverar differentialekvationens utseende.
7.9	ställa upp och motivera differentialekvationer för problem som handlar om att studera koncentrationen av ett visst ämne i en vätske/gas-lösning som har ett visst tillflöde och/eller frånflöde av vätska/gas (se t.ex. Ex.4 sid 448).
7.9	veta vad som menas med en *kurvskara* (family of curves) och bestämma *ortogonalkurvor* till en given kurvskara.
18.2	lösa ekvationer av typen $y' = f(y/x)$ (*homogena ekvationer*).
3.7 18.6	bestämma rörelsen hos en dämpad eller odämpad harmonisk ocillator, genom att ställa upp och lösa en differentialekvation som beskriver rörelsen. I systemet kan kroppens rörelse påverkas av en fjäder, en dämpare och ev. en påtvingande yttre kraft. Du skall också känna till vad som menas med *kritiskt dämpat* och *överdämpat system*, samt vad som menas med *resonans* i systemet.
3.7 18.5	redogöra för de olika formerna (se (a), (b) & (c) på sid 1011) för allmänna lösningen till homogena differentialekvationer av andra ordningen med konstanta koefficienter. Du skall också kunna bevisa att lösningarna till sådana ekvationer har de former du redogör för.
18.4	lösa differentialekvationer av typen $F(y'', y', x) = 0$ och av typen $F(y'', y', y) = 0$. (se Ex.1 & Ex.2 sid 1007-1008)
18.5	lösa differentialekvationer av typen $ax^2y'' + bxy' + cy = f(x)$ (*Euler ekvationer*).

Avsnitt	**För överbetyg skall du också kunna:**
4.10	bevisa Taylors formel (Sats 12)
4.10	uppskatta felet då funktionsvärde eller integral beräknas approximativt med hjälp av Taylorpolynom (se t.ex. Ex.4 & 5, sid 276-277, resp. Ex.4 sid 382).
4.10	bevisa Sats 13 (sid 278).
9.1	avgöra om en talföljd är uppåt/neråt begränsad, begränsad, positiv/negativ, växande/avtagande, monoton och/eller alternerande i mer komplicerade fall än vad som krävs på godkäntnivå.
9.1	beräkna gränsvärdet av en talföljd eller avgöra om en talföljd är konvergent/divergent i mer komplicerade fall än vad som krävs på godkäntnivå (se tex. Ex.7-9, sid 501-502)
9.3	använda integraluppskattningar för att avgöra om en serie är konvergent eller divergent (sid 511). Speciellt skall du känna till och kunna bevisa för vilka p som serien $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-p}$ är konvergent resp. divergent (se Ex.1, sid 512).
9.3-9.4	använda jämförelsekriterierna i Sats 9 (sid 514) samt Sats 13 (sid 521) och Sats 14 (sid 522) för att avgöra om en serie är konvergent eller divergent (se tex. Ex.3 sid 514 och Ex.3 sid 524)
9.5	använda kvotkriteriet (markerad ruta på sid 529) för att bestämma konvergensradien till en potensserie.
9.5	derivera eller integrera kända potensserieutvecklingar termvis för att erhålla nya/andra potensserieutvecklingar (se tex. Ex.4-7, sid 533-535).