Sant/falskt-frågor för läsvecka 1

Avgör om nedanstående påståenden är sanna eller falska. De flesta skall du kunna svara på (och motivera) utan hjälp av papper och penna. Några av dem, som kanske kräver lite extra eftertanke, är markerade med *. Svar och motiveringar finns längre bak i dokumentet men de anges inte i samma ordning som påståendena. Detta p.g.a. att du inte så lätt skall råka se svaret på påståenden du ännu inte funderat över. Numret inom parentes i högermarginalen vid respektive påstående anger vilket nummer i listorna med svar och motiveringar, som hör ihop med respektive påstående.

1. $\displaystyle\int \cos(x^2)\,dx = \frac{\sin(x^2)}{2x} + C$ (S14)

2. $\displaystyle\int 2x\cos(x^2)\,dx = \sin(x^2) + C$ (S24)

3. $\displaystyle\int_0^{\pi} e^{\sin x}\,dx = -2$ (S28)

4. $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(t)\,dt$ (S12)

5. $x^3 + \pi$ är en primitiv funktion till $3x^2$ (S37)

6. Det finns ingen primitiv funktion till $|x|$ i en omgivning av origo. (S31)

7. Varje integrerbar funktion är kontinuerlig. (S7)

8. Varje kontinuerlig funktion har en primitiv funktion. (S44)

9. Varje begränsad funktion är integrerbar. (S18)

10. Varje primitiv funktion är deriverbar. (S13)

11. $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx = \int_c^b f(x)\,dx - \int_c^a f(x)\,dx$ (S40)

12. $\displaystyle\int_a^b e^{f(x)+g(x)}\,dx = \int_a^b e^{f(x)}\,dx + \int_a^b e^{g(x)}\,dx$ (S23)

13. $\displaystyle\int_a^b \ln|f(x)g(x)|\,dx = \int_a^b \ln|f(x)|\,dx + \int_a^b \ln|g(x)|\,dx$ (S6)

14. $\displaystyle\int_a^t g(t)f(x)\,dx = g(t)\int_a^t f(x)\,dx$ (S51)

15. Om $0 < a < b$ så är $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx < \int_0^b f(x)\,dx$ (S16)

16. Om $f(x)$ är en integrerbar funktion i en omgivning av origo så är $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\,dt$ deriverbar i origo. (S35)

17. Om $f(x)$ är en deriverbar funktion så är $\displaystyle\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx = \int \frac{d}{dx}f(x)\,dx$ (S4)

18. Om $F(x)$ är en primitiv funktion till en kontinuerlig funktion $f(x)$ i en omgivning av origo så är

$$F(x) = F(0) + \int_0^x f(t)\,dt$$ (S38)

19. Om $F(x)$ är en primitiv funktion till en kontinuerlig funktion $f(x)$ så är

$$F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$$

för något reellt tal a. (S34)

20. Om $F(x)$ är en primitiv funktion till $f(x)$ så är $F(x+5)$ en primitiv till $f(x+5)$. (S22)

21. Om $F(x)$ är en primitiv funktion till $f(x)$ så är $F(5x)$ en primitiv till $f(5x)$. (S15)

22. Om $F(x)$ är en primitiv funktion till $f(x)$ så är $\int f(x)^2\,dx = \frac{1}{3}F(x)^3 + C$ (S54)

***23.** Om $F(x)$ är en primitiv funktion till en udda funktion $f(x)$ så är $F(x)$ jämn. (S49)

***24.** Om $F(x)$ är en primitiv funktion till en jämn funktion $f(x)$ så är $F(x)$ udda. (S25)

25. $\displaystyle\int \frac{1}{x(x^3+1)}\,dx = \frac{1}{3}\ln\frac{x^3}{x^3+1} + C$ (S2)

***26.** $\displaystyle\int \frac{1}{x\ln x}\,dx = \ln\left(\ln\left(x^\alpha\right)\right)\ ,\ \ \alpha > 0$ (S26)

27. Om f är kontinuerlig på intervallet $[a,b]$ och $f(x) \geq 0$ så är

$$\int_a^b \sqrt{f(x)}\,dx = \sqrt{\int_a^b f(x)\,dx}$$ (S57)

28. $\displaystyle\int_a^b f(x)g(x)\,dx = \left(\int_a^b f(x)\,dx\right)\left(\int_a^b g(x)\,dx\right)$ (S29)

29. $\displaystyle\frac{d}{dx}\int_1^x e^{t^2}\,dt = e^{x^2}$ (S19)

30. $\displaystyle\frac{d}{dx}\int_1^2 e^{t^2}\,dt = e^4$ (S9)

31. $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/2} \ln|\sin x|\,dx < 0$ (S32)

32. $\displaystyle\int_{10/3}^{\pi} \cos^8 x\,dx > 0$ (S27)

33. $\displaystyle\int_{3/2}^{2} -\cos\left(x^2\right)dx > 0$ (S50)

34. $\displaystyle\int_{-a}^{a} |f(x)|\,dx = 2\int_0^a |f(x)|\,dx$ (S45)

35. $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(|x|)|\,dx = 2\int_0^a f(|x|)\,dx$ (S5)

36. $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 0 \quad\Rightarrow\quad f(x)$ är udda på intervallet $[-1,1]$. (S53)

***37.** Om $f(x)$ är kontinuerlig och $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$, för alla a, så är $f(x)$ udda. (S11)

38. $\displaystyle\int_{-a}^{a} \left(f(x) - f(-x)\right)\,dx = 0$ (S36)

39. $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(\cos x)}\, dx = 0$ (S1)

40. $\displaystyle F(x) = \int_0^x \frac{e^{-t}}{\sqrt{1+t^2}}\, dt$ är en växande funktion. (S48)

41. $\displaystyle F(x) = \int_0^x \frac{e^{-t}}{\sqrt{1+t^2}}\, dt$ är konkav där $x > 0$. (S10)

42. $\displaystyle\int_a^b f(x)\, dx \leq \int_a^b g(x)\, dx \ \Rightarrow \ f(x) \leq g(x)$, för alla x i intervallet $[a, b]$. (S39)

43. $f(x) \leq g(x)$, för alla $x \in [0, 1]$ $\displaystyle\Rightarrow \int_0^1 xf(x)\, dx \leq \int_0^1 xg(x)\, dx$ (S46)

44. $f(x) \neq g(x)$, för alla $x \in [0, 1]$ $\displaystyle\Rightarrow \int_0^1 f(x)\, dx \neq \int_0^1 g(x)\, dx$ (S33)

45. $\displaystyle\int_a^x f(t)\, dt = \int_a^x g(t)\, dt$, för alla $x \in [a, b]$ $\Rightarrow$ $f(x) = g(x)$, för alla $x \in [a, b]$. (S41)

46. $\displaystyle\int f(x)\, dx = \int g(x)\, dx \ \Rightarrow \ f(x) = g(x)$ (S8)

47. Om $\displaystyle\int_0^2 f(x)\, dx \geq 0$ och $\displaystyle\int_1^3 f(x)\, dx \geq 0$ så är $\displaystyle\int_1^2 f(x)\, dx \geq 0$ (S43)

48. Om $f(x)$ är växande på intervallet $[0, 1]$ så är $\displaystyle\int_0^1 f(x)\, dx \leq f(1)$ (S47)

***49.** Om $f(x)$ är en kontinuerlig funktion på ett intervall $[a, b]$ så finns det en undersumma till $f(x)$ på $[a, b]$ som har störst värde. (S42)

50. Bestämda integraler kan approximeras godtyckligt väl med översummor. (S21)

51. Om $f(x)$ är en kontinuerlig funktion på ett intervall $[a, b]$ så finns det minst en Riemannsumma för $f(x)$ på $[a, b]$ som ger det exakta värdet på integralen $\displaystyle\int_a^b f(x)\, dx$ (S52)

***52.** Summan $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2 + k^2}$ kan betraktas som en Riemannsumma till integralen $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\, dx$ (S56)

***53.** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n^2} = \frac{1}{2}$ (S17)

***54.** $\displaystyle\int_0^1 \sin(x^2)\, dx < \frac{1}{3}$ (S3)

55. Om $f(x)$ är kontinuerlig på intervallet $[0, 1]$ så finns det något $x \in [0, 1]$ för vilket

$$\int_0^1 \left(f(t) - f(x)\right)\, dt = 0$$ (S20)

56. Om $f(x)$ är integrerbar på intervallet $[0, 1]$ så finns det något $x \in [0, 1]$ för vilket

$$\int_0^1 f(t)\, dt = f(x)$$ (S55)

***57.** Om $f(x)$ är en kontinuerlig (men ej nödvändigtvis deriverbar) funktion så är

$$\lim_{h\to 0} \int_0^1 \frac{f(x+h) - f(x)}{h}\, dx = f(1) - f(0)$$ (S30)

Svar

S1. Sant (M1)

S2. Sant (M2)

S3. Sant (M3)

S4. Falskt (M4)

S5. Sant (M5)

S6. Sant (M6)

S7. Falskt (M7)

S8. Sant (M8)

S9. Falskt (M9)

S10. Sant (M10)

S11. Sant (M11)

S12. Sant (M12)

S13. Sant (M13)

S14. Falskt (M14)

S15. Falskt (M15)

S16. Falskt (M16)

S17. Sant (M17)

S18. Falskt (M18)

S19. Sant (M19)

S20. Sant (M20)

S21. Sant (M21)

S22. Sant (M22)

S23. Falskt (M23)

S24. Sant (M24)

S25. Falskt (M25)

S26. Sant (M26)

S27. Falskt (M27)

S28. Falskt (M28)

S29. Falskt (M29)

S30. Sant (M30)

S31. Falskt (M31)

S32. Sant (M32)

S33. Falskt (M33)

S34. Falskt (M34)

S35. Falskt (M35)

S36. Sant (M36)

S37. Sant (M37)

S38. Sant (M38)

S39. Falskt (M39)

S40. Sant (M40)

S41. Falskt (M41)

S42. Falskt (M42)

S43. Falskt (M43)

S44. Sant (M44)

S45. Falskt (M45)

S46. Sant (M46)

S47. Sant (M47)

S48. Sant (M48)

S49. Sant (M49)

S50. Sant (M50)

S51. Sant (M51)

S52. Sant (M52)

S53. Falskt (M53)

S54. Falskt (M54)

S55. Falskt (M55)

S56. Sant (M56)

S57. Falskt (M57)

Motiveringar

M1. $e^x - e^{-x}$ är udda och $\ln(\cos x)$ är jämn så $\dfrac{e^x - e^{-x}}{\ln(\cos x)}$ är udda.

M2. $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{x^3}{x^3+1} + C\right) = \dfrac{d}{dx}\left(\ln x - \dfrac{1}{3}\ln(x^3+1) + C\right) = \dfrac{1}{x} - \dfrac{x^2}{x^3+1} = \dfrac{1}{x(x^3+1)}$

M3.

$$\int_0^1 \sin(x^2)\,dx \leq \int_0^1 x^2\,dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$$

Här har vi använt att $\sin t \leq t$, för $0 \leq t \leq 1$, vilket är känt från tidigare kurs.

Alternativt kan vi använda att $x^2 \leq x$ då $0 \leq x \leq 1$ och göra uppskattningen;

$$\int_0^1 \sin(x^2)\,dx \leq \int_0^1 \sin x\,dx = [-\cos x]_0^1 = 1 - \cos 1 < 1 - \cos\frac{\pi}{3} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

M4. $VL = f(x)$ medan $HL = f(x) + C$

M5. $f(|x|)$ är jämn oavsett funktion $f(x)$.

M6. Följer av linjäritetsegenskapen för integraler ty $\ln|f(x)g(x)| = \ln f(x)| + \ln|g(x)|$

M7. En funktions värde i isolerade punkter har ingen betydelse för dess integrerbarhet men det påverkar dess regularitet. T.ex. är funktionen $f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ då } x \neq 0 \\ 1 & , \text{ då } x = 0 \end{cases}$ inte kontinuerlig i origo men integrerbar i varje omgivning av origo (med värdet 0, oavsett integrationsintervall).

M8. Följer om man deriverar integralerna i båda led.

M9. $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_1^2 e^{t^2}\,dt = 0$, ty $\displaystyle\int_1^2 e^{t^2}\,dt$ är ett tal och beror inte på x

M10. $F'(x) = \frac{e^{-x}}{\sqrt{1+x^2}}$ är avtagande där $x > 0$ och därmed är $F''(x) < 0$ för $x > 0$.

M11. Integralkalkylens huvudsats ger att

$$\frac{d}{da}\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \frac{d}{da}\left(\int_0^a f(x)\,dx - \int_0^{-a} f(x)\,dx\right) = f(a) + f(-a) = 0$$

$$\Rightarrow\ f(a) = -f(-a)$$

M12. Båda led beskriver samma värde.

M13. Följer av definitionen av begreppet primitiv funktion.

M14. $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{\sin(x^2)}{2x} + C\right) = \cos(x^2) - \dfrac{\sin(x^2)}{2x^2}$

M15. Kedjeregeln ger att $\dfrac{d}{dx}(F(5x)) = F'(5x)\cdot\dfrac{d}{dx}(5x) = 5f(5x)$

M16. Påståendet är sant om $f(x) > 0$, för $a < x < b$, men inte nödvändigtvis annars. Påståendet är uppenbarligen falskt om t.ex. $f(x) \equiv -1$.

M17. $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n^2}=\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n}\cdot\frac{1}{n}$ kan betraktas som en Riemannsumma för integralen $\int_0^1 x\,dx$ och

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n^2}=\int_0^1 x\,dx=\left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^1=\frac{1}{2}$$

Alternativt kan vi använda formel för aritmetisk summa för att beräkna gränsvärdet

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}k=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\frac{n(n+1)}{2}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{n}\right)=\frac{1}{2}$$

M18. T.ex. är funktionen $f(x)=\begin{cases}0 & , \text{ då } x \text{ är ett rationellt tal}\\ 1 & , \text{ då } x \text{ är ett irrationellt tal}\end{cases}$
begränsad men ej (Riemann-) integrerbar.

M19. Följer av integralkalkylens huvudsats.

M20. Eftersom $f(x)$ är kontinuerlig så finns enligt medelvärdessatsen något $x\in[0,1]$ sådant att $\int_0^1 f(t)\,dt=f(x)$, vilket är detsamma som att $\int_0^1(f(t)-f(x))\,dt=0$

M21. Följer direkt av definitionen av den bestämda integralen.

M22. Kedjeregeln ger att $\dfrac{d}{dx}(F(x+5))=F'(x+5)\cdot\dfrac{d}{dx}(x+5)=f(x+5)$

M23. Eftersom $e^{f(x)+g(x)}=e^{f(x)}e^{g(x)}$ så är de båda leden i allmänhet inte lika.
Med t.ex. $a=0,b=1$ och $f(x)\equiv g(x)\equiv 0$ så är $VL=1$ medan $HL=2$

M24. $\dfrac{d}{dx}\left(\sin\left(x^2\right)+C\right)=2x\cos\left(x^2\right)$

M25. Om $F(x)$ är en primitiv funktion till en jämn funktion $f(x)$ så är

$$\frac{d}{dx}(F(x)+F(-x))=f(x)-f(-x)=0$$

vilket betyder att $F(x)+F(-x)\equiv C$, för någon konstant C. Sätter vi in $x=0$ i denna identitet så följer att $C=2F(0)$, varpå vi konstaterar att $F(-x)-F(0)=-(F(x)-F(0))$, för alla x, dvs. $F(x)-F(0)$ är udda. Såvida inte $F(x)$ är en primitiv som är sådana att $F(0)=0$ så är alltså påståendet falskt.

M26. Notera att $\dfrac{d}{dx}(\ln(\ln x))=\dfrac{1}{\ln x}\cdot\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{x\ln x}$ och att varje annan primitiv till $\dfrac{1}{x\ln x}$ därför har formen $\ln(\ln x)+C$, för någon konstant C. Men för varje värde på C finns det något $\alpha>0$ sådant att $C=\ln\alpha$ och vi kan skriva

$$\ln(\ln x)+C=\ln(\ln x)+\ln\alpha=\ln(\alpha\ln x)=\ln\left(\ln x^{\alpha}\right)$$

M27. Integranden är positiv och $10/3>\pi$.

M28. $e^{\sin x}>0$, för alla x, så integralen kan inte ge ett negativt värde.

M29. Det är bara likhet i undantagsfall så i princip vad man än prövar ger ett motexempel.
Tag t.ex. $f(x)\equiv g(x)\equiv 1$ och $a=0,b=2$.

M30. Eftersom $f(x)$ är kontinuerlig så finns det en primitiv funktion $F(x)$ till $f(x)$, och;

$$\lim_{h\to 0}\int_0^1\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}(F(1+h)-F(h)-F(1)+F(0))=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{F(1+h)-F(1)}{h}-\lim_{h\to 0}\frac{F(h)-F(0)}{h}=f(1)-f(0)$$

M31. $\displaystyle\int |x|\,dx = \left\{ \begin{array}{ccc} x^2/2 & , & \text{då } x \geq 0 \\ -x^2/2 & , & \text{då } x < 0 \end{array} \right. + C$

M32. För $\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2}$ är $0 < |\sin x| < 1$ och därmed $\ln|\sin x| < 0$.

M33. Om $f(x)$ och $g(x)$ är kontinuerliga på intervallet $[0,1]$ så stämmer implikationen men annars behöver det inte vara sant. Betrakta t.ex. $f(x) \equiv 0$ och $g(x) = \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & , & \text{då } x > \frac{1}{2} \\ -1 & , & \text{då } x \leq \frac{1}{2} \end{array} \right.$

M34. Om $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$, för något a, så är speciellt $F(a) = 0$ men en primitiv funktion behöver nödvändigtvis inte anta värdet 0, betrakta t.ex. $F(x) = x^2 + 1$ (eller vilken annan nollskild kontinuerligt deriverbar funktion som helst).

M35. Påståendet är sant om $f(x)$ är kontinuerlig (följer av integralkalkylens huvudsats), men om t.ex. $f(x)$ har ett ”språng” i $x = 0$ så kommer $F(x)$ inte vara deriverbar där. Om t.ex. $f(x) = \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & , & \text{då } x \geq 0 \\ -1 & , & \text{då } x < 0 \end{array} \right.$ så är $f(x)$ integrerbar men $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt = |x|$ är ej deriverbar i origo.

M36. $f(x) - f(-x)$ är udda.

M37. $\displaystyle\frac{d}{dx}\left(x^3 + \pi\right) = 3x^2$

M38. Enligt Integralkalkylens huvudsats är $\int_0^x f(t)\,dt$ en primitiv till $f(x)$ och eftersom alla primitiver skiljer sig som mest åt med en konstant (enligt annat känt resultat) så måste vi ha $F(x) = C + \int_0^x f(t)\,dt$. Sätter vi sedan in $x = 0$ i båda led i denna identitet så får vi att $C = F(0)$.

M39. Betrakta t.ex. $f(x) = 1 - x, g(x) = 2x$ och $a = 0, b = 1$.

M40. Egenskaper för den bestämda integralen ger att

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx = \int_c^b f(x)\,dx - \int_c^a f(x)\,dx$$

M41. Om $f(x)$ och $g(x)$ är kontinuerliga på intervallet $[a,b]$ så följer implikationen av integralkalkylens huvudssats genom att derivera integralerna i båda led. I annat fall behöver det inte vara sant ty integralernas värde påverkas inte värdet på $f(x)$ och $g(x)$ i enstaka punkter.

M42. Såvida inte $f(x)$ är konstant så kommer varje undersumma ha ett strikt mindre värde än värdet på motsvarande integral men undersummornas värden kan samtidigt fås godtyckligt nära integralens om bara indelningen i delintervall förfinas tillräckligt väl.

M43. Betrakta t.ex. $f(x) = |x - \dfrac{3}{2}| - \dfrac{1}{2}$

M44. Följer av Integralkalkylens huvudsats.

M45. Om $f(x)$ varken är jämn eller udda så kommer de båda leden i allmänhet vara olika. Så är fallet för t.ex. $f(x) = e^x$.

M46. Eftersom $x \geq 0$ på intervallet $[0,1]$ så är $xf(x) \leq xg(x)$ om $f(x) \leq g(x)$.

M47. Eftersom $f(x) \leq f(1)$, för alla $x \in [0,1]$ så är $\int_0^1 f(x)\,dx \leq \int_0^1 f(1)\,dx = f(1)$

M48. $F'(x) = \frac{e^{-x}}{\sqrt{1+x^2}} > 0$

M49. Om $F(x)$ är en primitiv funktion till en udda funktion $f(x)$ så är

$$\frac{d}{dx}\left(F(x) - F(-x)\right) = f(x) + f(-x) = 0$$

vilket betyder att $F(x) - F(-x) \equiv C$, för någon konstant C. Sätter vi in $x = 0$ i denna identitet så följer att $C = 0$, varpå vi konstaterar att $F(-x) = F(x)$, för alla x, dvs. $F(x)$ är jämn.

M50. För $\frac{3}{2} < x < 2$ är $\frac{9}{4} < x^2 < 4$ och därmed $\cos(x^2) < 0$.

M51. Följer av linjäritetsegenskapen hos den bestämda integralen.

M52. Enligt integralkalkylens medelvärdessats finns det minst ett $\xi \in [a, b]$ sådant att $\int_a^b f(x)\,dx = f(\xi)(b-a)$ och $f(\xi)(b-a)$ kan betraktas som en Riemannsumma med bara en term.

M53. Betrakta t.ex. $f(x) = e^x - \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} e^x\,dx$

M54. Kedjeregeln ger att $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{1}{3}F(x)^3 + C\right) = \dfrac{1}{3}3F(x)^2F'(x) = F(x)^2 f(x)$

M55. Betrakta t.ex. $f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad \text{då } x < \frac{1}{2} \\ 1 & , \quad \text{då } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$. I så fall är $\int_0^1 f(t)\,dt = \frac{1}{2}$, men det finns inget x för vilket $f(x) = \frac{1}{2}$.

M56. Med $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ och $x_k = \xi_k = \frac{k}{n}$ så är

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2 + k^2} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{1 + \left(\frac{k}{n}\right)^2} \cdot \frac{1}{n} = \sum_{k=1}^{n} f(\xi_k)(x_k - x_{k-1})$$

M57. Det är bara likhet i undantagsfall så i princip vad man än prövar ger ett motexempel. Tag t.ex. $f(x) \equiv 1$ och $a = 0, b = 2$.