

Matematisk analys i en variabel Z1, gamla kursen (TMA262)
2005-08-19

Skrivtid: 8.30–12.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa. Formelsamling på baksidan.

Telefon: Erik Broman, 076-272 18 60.

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng. Skriv linje och inskrivningsår på skrivningsomslaget. Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad. Sortera uppgifterna i ordning och numrera sedan bladen löpande. Besked om rättning av tentan ges på nya kursens hemsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv135/0405/

1. Lös differentialekvationen

$$y'' - 2y' + 2y = e^x, \quad y(0) = y(\pi/2) = 0.$$

(6p)

2. (a) En av diagonalerna i en kvadrat i det komplexa talplanet har ändpunkterna $5-3i$ och $12+16i$. Beräkna kvadratens övriga hörn.

- (b) Lös ekvationen $x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$.

Tips: Multiplicera med $x - 1$ och fundera över den nya ekvationen och dess rötter!

(8p)

3. Beräkna den primitiva funktionen

$$\int \frac{1}{(x+1)^2(x^2+1)} dx.$$

(6p)

4. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \sin(2x) - 2x}{x^3}.$$

(6p)

5. På en ö har minkar lyckats etablera sig. Biologer bedömer att populationens utveckling kan beskrivas med differentialekvationen

$$y'(t) = A y(t)(1000 - y(t)),$$

där $y(t)$ är antalet minkar efter t år och A är en obekant konstant. År 2004 beräknas antalet minkar till 100 stycken och år 2005 till 250 stycken. Hur många minkar förväntar man sig att finna år 2006?

(6p)

6. Ett konstverk har formen av ett solitt halvklot med radie 1 meter, som ligger med den flata ytan mot marken. Det är tillverkat av ett plastmaterial sådant att densiteten på höjden h meter över marken är $1 + h$ kg/m³. Beräkna klotets totala massa.

(6p)

7. (a) Hur definierar man att funktionen f är *kontinuerlig* i punkten x_0 ?

- (b) Hur definierar man att funktionen f har *derivatan* $f'(x_0)$?

- (c) Vilket är sant: "Kontinuitet i en punkt medför existens av derivata i punkten" eller "Existens av derivata i en punkt medför kontinuitet i punkten"?

- (d) Bevisa det sanna påståendet i (c)!

(6p)

8. (a) Formulera Integralkalkylens medelvärdessats. Glöm ej förutsättningarna!

- (b) Bevisa satsen!

(6p)

Lycka till!

LF