

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Tentamen

Tentamen består av 10 st uppgifter vardera värda 3p och 4 st uppgifter vardera värda 5p, vilket tillsammans ger maximala 50p. Till detta läggs bonuspoäng (maximalt 7p). Betygsgränser är 20p (betyg 3), 30p (betyg 4) och 40p (betyg 5) för det sammanlagda resultatet. Granskningstillfälle kommer meddelas på hemsidan.

Till de första tio uppgifterna (3p-uppgifter) skall endast svar ges. Svar måste anges i rätt ruta på den bifogade svarsblanketten. Lämna ej in lösningar eller kladdpapper till dessa uppgifter!

Till de sista fyra uppgifterna (5p-uppgifter) skall utförliga, tydliga och välskrivna lösningar ges. Renskriv dina lösningar, lämna ej in kladdpapper! Poängavdrag ges för dåligt motiverade, svårtolkade eller svårläsliga lösningar.

Lycka till!

Axel

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Tentamensuppgifter

1. Studera detta Matlab-program: (3p)

```
x = 0; S = 0; n = 100;  
while x < 1  
    x = x + 1/n;  
    dS = 2*x/n;  
    S = S + dS;  
end
```

Vilket värde får variabeln S ?
 2. Beräkna $\int_0^1 x \sin(1 + x^2) dx$. (3p)
 3. Beräkna $\int_0^1 x^2 e^x dx$. (3p)
 4. Beräkna volymen av den rotationskropp som bildas då området som begränsas av funktionen $\sin(x)$ och x -axeln mellan $x = 0$ och $x = \pi$ roterar runt x -axeln. (3p)
 5. Låt ett område R i planet begränsas av x -axeln, y -axeln, $x = 1$ och funktionen $f(x) = x(1 - x)$. Beräkna centroiden för R . (3p)
 6. Lös differentialekvationen $y'(x) = 2 \cos(x) \sqrt{y(x)}$ med begynnelsevillkoret $y(\pi/2) = 1$. (3p)
 7. Lös differentialekvationen $x^2 y''(x) - \frac{3}{4}y = 0$ med begynnelsevillkor $y(1) = 2$ och $y'(1) = 1$. (3p)
 8. Hitta den allmänna lösningen till differentialekvationen $y''(x) - 4y'(x) - 5y(x) = x$. (3p)
 9. Beräkna vinkeln mellan vektorerna $\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ och $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ (där $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ är enhetsvektorerna i x, y, z riktningarna) genom att använda skalärprodukten. (3p)
 10. Skriv om systemet: (3p)
$$\begin{cases} y_1'(t) = y_2(t) \\ y_2'(t) = t y_1(t)^2 \end{cases}$$
som en 2:a ordningens differentialekvation i variabeln $y(t) = y_1(t)$.
-
11. Faltningen mellan funktionerna $f(t)$ och $g(t)$ är definierad som $(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t - \tau) d\tau$. Visa att $(f * g)(t) = (g * f)(t)$. (5p)
 12. Definiera e^x som lösning till en första ordningens linjär differentialekvation. Visa att $e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 - n^{-1})^{-n}$ genom att approximera lösningen i $x = 1$ med Bakåt Euler-metoden med n delintervall. (5p)
 13. Formulera och bevisa medelvärdessatsen för integraler. (5p)
 14. Beräkna längden av kurvan $f(x) = x^{1/2} - \frac{1}{3}x^{3/2}$ mellan $x = 0$ och $x = 1$. (5p)

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Svar till tentamensuppgifter 1-10

Tentamenskod:

Uppgift	Svar	Poäng
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		