Tentamen i Inledande matematik för M, TMV155
Tid: 2005-01-14, kl 08.30 - 12.30
MATEMATIK
Hjälpmedel: Inga
Chalmers
Telefonvakt: tel 073 977 92 68

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 11 \\ x - y + z = 4 \\ 3x - 4y + 2z = 9 \end{cases}$$

(3p)

   b) Rita följande mängder i komplexa talplanet:
   $\{z;\ \mathrm{Im}z = 2\}$, $\{z;\ |z| = 4\}$ och $\{z;\ \arg z = \frac{\pi}{3}\}$. (3p)

   c) Bestäm alla reella lösningar x till ekvationen $|3x-1| - |x-4| = 2$. (3p)

   d) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\ln(x+3)}{\ln(x^2+1)}$. (2p)

   e) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen $2\cos^2 x - \cos x = 1$. (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. Visa att $\ln(1+x) > \dfrac{2x}{2+x}$ för alla $x > 0$. (6p)

3. Bestäm avståndet från punkten $(4, -3, 2)$ till planet $2x - y + 3z = 7$. (6p)

4. Skissa grafen till $f(x) = \dfrac{\ln|x-2|}{(x-2)^3}$. Ange var funktionen är växande respektive avtagande, lokala extrempunkter, asymptoter samt skärningspunkter mellan grafen och koordinataxlarna. (6p)

5. Beräkna för alla konstanter α gränsvärdet $\lim_{x\to\infty}((x+1)^\alpha - x^\alpha)$.
   Tips: använd medelvärdessatsen. (6p)

VÄND!

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt.

   a) Låt f vara deriverbar i $]-\infty, \infty[$. Antag att f har precis tre olika nollställen. Då har f' minst två olika nollställen.

   b) Låt f vara deriverbar i $]-\infty, \infty[$. Antag att f har precis tre olika nollställen. Då har f' högst två olika nollställen.

   c) $\dfrac{\ln x}{\ln y} = \ln(x-y)$.

   d) Om $f(x)$ är uppåt begränsad så är $\frac{1}{f(x)}$ nedåt begränsad.

   e) Om $f'(x) = 0$ för alla $x \in D_f$ så är f konstant.

   f) Om $f'(x) = 0$ för alla $x \in (0,1)$ så är f konstant på $(0,1)$.

7. a) Definiera vad som menas med att en funktion f är strängt växande på ett intervall I.

   b) Formulera medelvärdessatsen för derivator.

   c) Visa, med hjälp av medelvärdessatsen, att en funktion f är strängt växande på intervallet I om $f'(x) > 0$ för alla $x \in I$. (6p)

Lycka till!
Carl-Henrik

För godkänt krävs 20p (inklusive ev. bonuspoäng), för betyg 4 krävs 30p, för betyg 5 krävs 40p. Lösningar finns tillgängliga på kursens hemsida senast första vardagen efter tentamensdagen.