MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Inledande matematik för E1, (TMV156)
Tid: 2012-01-14, kl 08.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Adam Wojciechowski, tel 0703-088304

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
(Bonuspoäng från hösten 2011 inkluderas.)
Lösningar läggs ut på kursens webbsida tidigast 24/10.
Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Angående granskning, se kursens hemsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv156/1112/

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) Förenkla $\dfrac{15^{16} \cdot 49^7}{35^{15} \cdot 3^{16}}$ så långt som möjligt. (2p)

   b) Beräkna $f'(1)$ när $f(x) = e^{x^2-1}$. (2p)

   c) Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet (2p)
   $$\begin{cases} -6x_1 - 14x_2 - 18x_3 = 19 \\ 21x_1 - 10x_2 + 4x_3 = -18 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -3 \end{cases}.$$

   d) Beräkna $\cos(2v)$, när $\sin(v) = 1/3$. (2p)

   e) Avgör om följande gränsvärden existerar och beräkna dem i så fall: (1+2p)
   $$i) \quad \lim_{x\to\infty} (\ln(2x+1) - \ln x), \qquad ii) \quad \lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^{3/2} - 1}{\ln(1+x)}.$$

   f) Funktionen $f(x) = \ln\sqrt{1+x^3}$, $x > -1$, är inverterbar. Bestäm en ekvation för tangentlinjen till grafen av f^{-1} i punkten $(\ln 3, f^{-1}(\ln 3))$. (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. Betrakta punkterna $A = (2, 1, 1)$, $B = (2, -1, 2)$ och $C = (-1, 1, -1)$. En rät linje går genom punkten A och är vinkelrät mot planet genom punkterna A, B och C.

   a) Bestäm en ekvation för planet. (3p)

   b) Bestäm avståndet mellan planet och punkten $D = (6, -2, 4)$. (2p)

   c) Avgör om D ligger på den räta linjen. (1p)

3. Bestäm definitions- och värdemängd till funktionen $f(x) = e^{-x^2-x}\sqrt{2x+1}$. (6p)

Var god vänd!

---

4. Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{3(x-1)^2}{x^2-x-2}$. Ange speciellt funktionens definitionsmängd och värdemängd, eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (Du behöver inte utreda konvexitet/konkavitet). (6p)

5. a) Ge en precis matematisk definition av att *gränsvärdet* för en funktion $f(x)$ är L, då x närmar sig a; d v s definiera $\lim_{x\to a} f(x) = L$. (2p)

   b) Bevisa med den i a) just givna definitionen att $\lim_{x\to 3} x^2 = 9$. (4p)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)

   a) Om z är ett komplext tal sådant att $\bar{z} = 3/z$, så är $|z| < 2$.
   b) Funktionen $f(x) = x/\ln|x|$ blir kontinuerlig i $x = 0$ om man sätter $f(0) = 0$.
   c) $\arccos(\cos(4)) = 4$.
   d) Om $\lim_{x\to\infty} f'(x) = 1$, så gäller att $f(x+1) > f(x) + 1/2$, för alla tillräckligt stora värden på x.
   e) Normalen till kurvan $y = 2x^2$ i punkten $(1, 2)$ går genom punkten $(4, 0)$.
   f) Funktionen $f(x) = e^{-x^2-x}$, har ett lokalt minimum i $x = -1/2$.

7. Formulera och bevisa medelvärdessatsen. Eventuell hjälpsats som används i beviset ska formuleras fullständigt. Var noga med att ge korrekta och fullständiga förutsättningar. (6p)