

Övningstentamen i **TMV160/TMV190 Matematisk analys i flera variabler**  
**M 5p/TD 4p, 2004/2005**

Betygsgränser: 3=20p, 4=30p, 5=40p. Lärares närvaro i tentamenssalen: inte denna gång.

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Avgör om

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (1 + x^2 + y^2)^{\frac{1}{x^2+y^2+y^3}}$$

existerar samt i så fall beräkna gränsvärdet. (6p)

2. Beräkna  $f'_{\mathbf{v}}(1, 2)$  och  $\nabla f(1, 2)$  för  $f(x, y) = x \sin(\frac{y}{x})$  och  $\mathbf{v} = \frac{1}{\sqrt{5}}(2, 1)$  (5p)

3. Beräkna Taylorpolynomet av ordning 2 till  $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$  i  $(0, 1)$ . (7p)

4. Beräkna volymen av kroppen

$$K = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, z \geq 0, \sqrt{2}x \leq y \leq x\}.$$

(6p)

5. Bestäm  $\max_K f(x, y)$  och  $\min_K f(x, y)$  då  $f(x, y) = \frac{3}{2}x^2 + y^3$  och

$$K = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2\}.$$

(7p)

6. Beräkna  $\int_{\gamma} \mathbb{F} \cdot d\mathbf{r}$ , där  $\gamma$  ges av ellipsen  $x^2 + \frac{1}{2}y^2 = 1$  genomlöst ett varv i positiv riktning och vektorfältet ges av  $\mathbb{F}(x, y) = (\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2})$ . (7p)

7. Ge formeln för arean av en buktig (parametriserad) yta  $Y$  samt ge en motivering för formeln. (6p)

8. Låt  $\Omega$  vara ett öppet område i  $\mathbb{R}^3$  och  $f(x, y, z)$  en reellvärd funktion definierad på  $\Omega$ . Visa att om  $f$  har ett lokalt extremvärde i punkten  $(a, b, c) \in \Omega$  så måste  $(a, b, c)$  vara en stationär punkt till  $f$ . (6p)