

Övningstentamen i **TMV160/TMV190 Matematisk analys i flera variabler**
M 5p/TD 4p, 2005/2006

Betygsgränser: 3=20p, 4=30p, 5=40p. Lärares närvaro i tentamenssalen: inte denna gång.

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. Avgör om

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + 2y^2)}{1 - \cos(x + y)}$$

existerar samt i så fall beräkna gränsvärdet. (6p)

2. Beräkna $\nabla f(\sqrt{\frac{\pi}{8}}, \sqrt{\frac{\pi}{8}})$ samt $\min_{\sqrt{\cdot}(0,1) \geq 0} f_{\sqrt{\cdot}}(\sqrt{\frac{\pi}{8}}, \sqrt{\frac{\pi}{8}})$ för

$$f(x, y) = x \cos(x^2 + y^2)$$

(5p)

3. Beräkna Taylorpolynomet av ordning 2 till $f(x, y) = \ln(1 + x + 2y)$ i $(0, 1)$. (7p)

4. Beräkna arean av den rotationsyta som genereras då $y = \sqrt[3]{x}$, $0 \leq x \leq 1$, roterar kring y -axeln (observera inte x -axeln). (6p)

5. Beräkna $\max_{(x,y) \in K} f(x, y)$ och $\min_{(x,y) \in K} f(x, y)$ för

$$f(x, y) = \frac{1 + \sqrt{x}\sqrt{y}}{\sqrt{1+x}\sqrt{1+y}}$$

där K är enhetskvadraten $\{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$. (7p)

6. Beräkna $\int_{\gamma} \mathbb{F} \cdot d\mathbf{r}$, där γ ges av ellipsen $x^2 + 2y^2 = 9$ genomlöst i positiv riktning från $(3, 0)$ till $(-3, 0)$ och vektorfältet ges av $\mathbb{F}(x, y) = (\frac{2x}{2x^2+y^2}, \frac{y}{2x^2+y^2})$. (7p)

7. Ge formeln för arean av en buktig (parametriserad) yta Y samt ge en motivering för formeln. (6p)

8. Låt Ω vara ett öppet område i $\mathbb{R}^3$ och $f(x, y, z)$ en reellvärd funktion definierad på Ω . Visa att om f har ett lokalt extremvärde i punkten $(a, b, c) \in \Omega$ så måste (a, b, c) vara en stationär punkt till f . (6p)