M1
Tentamensskrivning i
TMV015 Linjär algebra och matematisk analys i flera variabler: Inledande kurs
Datum: 2004–08–23
Hjälpmedel: Innan svarslappen med svaren på teorifrågorna har lämnats in tillåts **inga hjälpmedel**. Därefter tillåts valfri miniräknare, kursböckerna[1] samt formelsamlingen Beta.
Telefonvakt: Milena A/Anton E 073-9779268

Att läsa innan du börjar arbeta med uppgifterna

Denna tentamen består av två delar. Första delen, dvs uppgift 1, avser att testa din kunskap om de grundbegrepp vi arbetat med i kursen. Du skall **endast** ange **svar**, dvs sant eller falskt (eller inget svar), på denna uppgift på den bifogade svarblanketten. Andra delen, dvs uppgifterna 2, 3, 4, 5 och 6, avser att testa din förmåga att lösa problem med hjälp av den teori vi gått igenom i kursen. Här skall **fullständiga lösningar** redovisas. Observera att före inlämnandet av den bifogade svarslappen är inga hjälpmedel tillåtna. Lycka till!!

Sant/falskt–delen

Uppgift 1: (varje rätt svar ger +1p, varje felaktigt svar ger -1p, inget svar ger 0p, totalpoängen på uppgiften ges av max (0, antalet rätta svar - antalet felaktiga svar))

1. $f(x,y) = (y-x^2)(y-2x^2)$ restringerad till godtycklig linje genom $(0,0)$ har ett lokalt minimum i $(0,0)$.
2. $f(x,y) = (y-x^2)(y-2x^2)$ har ett lokalt minimum i $(0,0)$.
3. Antag att $f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^3 f(x,y)$ för alla $\lambda > 0$ och $(x,y) \neq (0,0)$. Då gäller
$$3f(x,y) = xf'_x(x,y) + yf'_y(x,y)$$
för $(x,y) \neq (0,0)$.
4. Det finns positiva heltal m och n och en $m \times n$-matris A för vilken
$$\operatorname{rang} A + \operatorname{nolldim} A \neq n.$$
5. Om $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 0$ för alla (x,y) i ett sammanhängande område G måste f vara oberoende av y.
6. Om $\int_\gamma \mathbb{F} \cdot d\mathbb{r}$ är oberoende av genomloppsriktningen av γ så gäller $\int_\gamma \mathbb{F} \cdot d\mathbb{r} = 0$.
7. Värdemängden för en reellvärd kontinuerlig funktion $f(x,y)$ på en sluten kurva γ behöver inte vara ett slutet intervall.

(7 p)

[1] Med kursböckerna avses Sparr: Linjär algebra, Persson/Böiers: Analys i en variabel och Analys i flera variabler, dock **ej** övningshäftena

Uppgift 2: Bestäm de reella tal α för vilka rangen för $A(\alpha)$ och dimensionen för nollrummet för $A(\alpha)$ är lika, där

$$A(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ -2 & 3 & 1 & \alpha \end{bmatrix}.$$

(6 p)

Uppgift 3:

1. Beräkna tangentplanet till nivåytan

   $$\sin z + xyz = 0$$

   i punkten $(0, 0, \pi)$.
2. Beräkna Taylorpolynomet av andra ordningen i $(0, 0)$ till funktionen $z(x, y)$ som uppfyller

   $$\sin z + xyz = 0$$

   med $z(0, 0) = \pi$.

(3+3 p)

Uppgift 4: Låt $f = f(u, v)$ vara en reellvärd differentierbar funktion som uppfyller villkoren

$$f(0, 0) = 0,\ \ f'_u(0, 0) = f'_v(0, 0) = 1.$$

Beräkna

$$\frac{d}{dx}\, f(\frac{\sin x}{2}, f(x, x^2))$$

för $x = 0$.

(6 p)

Uppgift 5: Bestäm största och minsta värdet av

$$f(x, y, z) = 4 - z$$

på den ellips som ges som skärningen mellan cylindern $x^2 + y^2 = 8$ och planet $x + y + z = 1$.

(5 p)

Uppgift 6: Beräkna längden av kurvan $r = a(1 + \cos\theta)$, där (r, θ) är polära koordinater och $a \in \mathbb{R}$.

(5 p)

Jag heter

....

Påstående nummer	sant	falskt	inget svar ges
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Glöm ej att skriva ditt namn!
Glöm ej att lämna in denna svarslapp!!