MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

Hjälpmedel: Inga, inte ens miniräknare
Telefon: Erik Broman, 0739-721860
2005–05–23 kl. 08.30–12.30

Tentamen i **TMV160/TMV190 Matematisk analys i flera variabler**
M 5p/TD 4p, 2004/2005

Betygsgränser: 3=20p, 4=30p, 5=40p. Lärares närvaro i tentamenssalen: ca 9.30 och 11.30.
OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Avgör om
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} (1+x^2+y^2)^{\frac{1}{x^2+y^2-xy^2}}$$
existerar samt i så fall beräkna gränsvärdet. (6p)

2. Beräkna $f'_{\mathbb{v}}(1,1)$ och $\nabla f(1,1)$ för $f(x,y) = \sin(\frac{x}{y})$ då $\mathbb{v}$ pekar i den riktning som ges av $(2,1)$. (5p)

3. Transformera differentialuttrycket
$$x^2 z''_{xx} - y^2 z''_{yy} + x z'_x - y z'_y, \quad x>0, y>0$$
genom att införa nya variabler
$$\begin{cases} x = e^{u+v}, \\ y = e^{u-v}. \end{cases}$$
(7p)

4. Beräkna
$$\int\int_D (x+y^2)\, dxdy,$$
där $D = \{(x,y) : x \geq 0, x^2+2y^2 \leq 3, x \leq y \leq \sqrt{3}x\}$. (6p)

5. Bestäm största värdet av $f(x,y,z) = (x+y^2)^2$ på mängden $\{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 = 1\}$. (7p)

6. Beräkna $\int_\gamma \mathbb{F}\cdot d\mathbb{r}$, där $\mathbb{F}(x,y) = (-y,x)$ och γ ges av grafen till $f(x) = \sin x$, $x \in [1,5]$ genomlöpt i riktning med växande x. (6p)

7. Formulera Greens formel (givetvis inklusive förutsättningarna) samt bevisa denna i fallet $\mathbb{F}(x,y) = (0, Q(x,y))$. (7p)

8. Definiera begreppet differentierbarhet för en funktion $f(x,y)$ i en punkt (a,b) samt visa att differentierbarhet för f i (a,b) medför att f är partiellt deriverbar med avseende på y i (a,b) utgående från definitionen av partiell deriverbarhet. (6p)

PK