M2

Tentamensskrivning[1] **i**

TMV020 Linjär algebra och matematisk analys i flera variabler: Fortsättningskurs

Datum: 2005–08–24

Hjälpmedel: Innan svarslappen med svaren på teorifrågorna har lämnats in tillåts **inga hjälpmedel**. Därefter tillåts valfri miniräknare, kursböcker (Persson-Böiers: "Analys i en variabel" och "Analys i flera variabler", Sparr: "Linjär algebra" samt Pettersson: "Förberedande kurs i matematik") och Beta (enda tillåtna formelsamling). Däremot tillåts ej andra böcker/övningshäften, egna anteckningar, gamla tentor med lösningar eller andra lösa blad.

Telefonvakt: Micke P/Jonas H (0762-721860)

Lärares närvaro i tentamenssalen: ca 9.30 och 11.30.

Att läsa innan du börjar arbeta med uppgifterna

Denna tentamen består av två delar. Första delen, dvs uppgift 1, avser att testa din kunskap om de grundbegrepp vi arbetat med i kursen. Du skall **endast** ange **svar**, dvs sant eller falskt (eller inget svar), på denna uppgift på den bifogade svarblanketten. Andra delen, dvs uppgifterna 2, 3, 4, 5 och 6, avser att testa din förmåga att lösa problem med hjälp av den teori vi gått igenom i kursen. Här skall **fullständiga lösningar** redovisas. Observera att före inlämnandet av den bifogade svarslappen är inga hjälpmedel tillåtna. Obsevera också att på första uppgiften ger rätt svar 1p medan felaktigt svar ger -1p och om svar ej ges fås 0p. Totalpoängen på uppgift 1 kan dock som lägst bli 0p. Lycka till!!

Sant/falskt–delen

Uppgift 1:

1. Om 1,2 och 3 är egenvärden till matrisen A så kan inte A vara en 2×2–matris.
2. 0 kan vara egenvärde till en matris A med $\det A \neq 0$.
3. Funktionaldeterminanten $\frac{d(u,v)}{d(x,y)} = 0$ för alla $x = y$ då $u = x^2 + y^2$ och $v = xy$.
4. $$\int\!\!\int\!\!\int_D (x + y^3 - z^5)\, dxdydz = 0$$
   där $D = \{(x,y,z) : -1 \le x \le 1, -2 \le y \le 2, -1 \le z \le 1\}$.
5. Integralen
   $$\int\!\!\int_D \frac{1}{(x^2+y^2)^\alpha}\, dxdy,$$
   där $D = \{(x,y) : x \ge 1,\ y \ge 0\}$, är konvergent för alla $\alpha > \frac{1}{2}$.
6. Mängden $K = \{(x,y,z) : 1 < x^2 + y^2 < 2\}$ är enkelt sammanhängande.
7. För varje C^2-vektorfält $\mathbb{F}$ gäller
   $$\operatorname{div}(\operatorname{rot}\mathbb{F}) = 0.$$

(7 p)

[1] De som läste den äldre kursvarianten TMA082B får tentera TMV020 och tillgodoräkna sig denna som vore det en TMA082B-tenta.

Uppgift 2: Bestäm en ortogonal matris S så att S^tAS blir en diagonalmatris då

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

(5 p)

Uppgift 3: Beräkna

$$\iint_D (x^2 + y^2)\, dxdy,$$

där $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 10, x \leq y \leq \sqrt{3}\,x\}$.

(5 p)

Uppgift 4: Beräkna volymen av kroppen K som begränsas av ytorna

$$z = x^2 + y^2, \quad z = x + y.$$

(6 p)

Uppgift 5: Beräkna kurvintegralen $\int_\gamma \mathbb{F} \cdot d\mathbb{r}$ där $\mathbb{F}(x, y) = (\sin y + \frac{1}{x}, x \cos y)$ och γ är kurvan $y = (x + \frac{1}{x})\pi$ från $x = \frac{1}{2}$ till $x = 2$.

(5 p)

Uppgift 6: Beräkna ytintegralen $\iint_Y \mathbb{F} \cdot \mathbb{N}\, dS$ där

$$\mathbb{F}(x, y, z) = (x + y^2 + z^2, y + x^2 + z^2, z + x^2 + y^2)$$

och Y är $\{(x, y, z) : x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 1, z \geq 0\}$ med enhetsnormalen $\mathbb{N}$ riktad så att $\mathbb{N} \cdot (0, 0, 1) \leq 0$.

(7 p)

....

Påstående nummer	sant	falskt	inget svar ges
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Glöm ej att skriva ditt namn!
Glöm ej att lämna in denna svarslapp!!