Hjälpmedel: Inga, inte ens miniräknare

MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

Telefon: Tobias Gebäck, 0762-721860
2005–08–26 kl. 08.30–12.30

Tentamen i **TMV160 Matematisk analys i flera variabler M 5p, 2004/2005**
Betygsgränser: 3=20p, 4=30p, 5=40p. Lärares närvaro i tentamenssalen: ca 9.30 och 11.30.
OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Avgör om
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} (\cos(x^2+y^2))^{\left(\frac{1}{x^2+y^2-(xy)^2}\right)^2}$$
existerar samt i så fall beräkna gränsvärdet. (6p)

2. Beräkna $f'_{\mathbb{v}}(0,1)$ och $\nabla f(0,1)$ för $f(x,y)=\ln(1+x+y)$ då $\mathbb{v}$ pekar i riktningen $(0,1)$. (5p)

3. Låt f vara en C^1-funktion på $\mathbb{R}^2$. Beräkna för $u(x,y,z)=xyzf(xy,yz)$ differentialuttrycket
$$xu'_x - yu'_y + zu'_z.$$
(7p)

4. Beräkna dubbelintegralen
$$\int\int_D (x+y)(2y+1)e^{x-y^2}\,dxdy,$$
över det område D i första kvadranten som begränsas av kurvorna
$$x+y=1,\ x+y=2,\ x-y^2=0,\ x-y^2=1.$$
(6p)

5. Bestäm största och minsta värdet av $f(x,y)=6+2x-x^2-4y^2$ i området $\{(x,y): x^2+y^2\le 4\}$. (7p)

6. Beräkna $\int_\gamma \mathbb{F}\cdot d\mathbb{r}$, där $\mathbb{F}(x,y)=(-y,x)$ och γ ges av $2x^2+y^2=1$ geomlöpt i positiv riktning från $(0,1)$ till $(\frac{1}{\sqrt{2}},0)$. (6p)

7. Formulera Greens formel (givetvis inklusive förutsättningarna) samt bevisa denna i fallet $\mathbb{F}(x,y)=(P(x,y),0)$. (7p)

8. Formulera och bevisa Taylors formel av andra ordningen för en funktion $f(x,y)$. (6p)

PK