

MATEMATIK CHALMERS

Matematisk analys i flera variabler (för M och TD), TMV160/190

TENTAMEN: 2007-08-31

Skrivtid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Inga

Telefonvakt: Kateryna Iushchenko (0762-721860)

1. Beräkna $\nabla u(1,1)$ där $u(x,y) = f(x-y, x^2-y^2)$ och $\nabla f(0,0) = (1,1)$. (6p)
2. Bestäm massan M för enhetsklotet $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ där densiteten ges av $\rho(x,y,z) = |z|$ (massenhet/volymenhet). (6p)
3. Bestäm eventuella lokala maximi- och minimipunkter samt sadelpunkter till funktionen $f(x,y) = x^3 - xy + y^2$. (6p)
4. Bestäm volymen V av det område som ligger ovanför xy -planet samt under funktionsytan $z = 2e^{-x^2-y^2} - 1$. (6p)
5. Bestäm största och minsta värdet för funktionen $f(x,y) = x^2 - 2xy + y^2$ på ellipsskivan $2x^2 + y^2 \leq 3$. (6p)
6. Beräkna $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, där $\mathbf{F} = (-2yx^3, x^2y^2)$ och C är kurvan från punkten $(-1,0)$ till $(0,1)$ längs med enhetscirkeln $x^2 + y^2 = 1$ riktad medurs. (6p)
7. Låt $U(x,y) = x^3 - 2y^3 - 3xy$ samt $V(x,y) = 3x(x+y^2)$. Det finns ett heltal n så att vektorfältet $\mathbf{F} = (x^n U, x^n V)$ är konservativt (i något område). Bestäm detta n samt bestäm en motsvarande potentialfunktion ϕ till $\mathbf{F}$. (6p)
8. a) Bevisa att riktningsderivatan $D_{\mathbf{u}}f$ ges av skalärprodukten $\mathbf{u} \circ \nabla f$ då f är differentierbar.
b) Beskriv i ord hur grafen ser ut för en funktion $f = f(x,y)$ som uppfyller $D_{\mathbf{u}}f = 0$ för något givet $\mathbf{u}$. Ange formen på lösningarna f till ekvationen $D_{\mathbf{u}}f = 0$, genom att transformera ekvationen till variablerna u och v med variabelbytet $u = ax + by$, $v = bx - ay$, där $\mathbf{u} = (a,b)$. (2+6=8p)

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.

Skriv linje samt inskrivningsår på skrivningsomslaget. Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad. Sortera uppgifterna i ordning och numrera sedan sidorna.