

Matematisk analys i flera variabler M och Td (tmv160/190)

Betygsgränser: 20 - 29 p. ger betyget 3, 30 - 39 p. ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5. (Bonuspoäng från duggor 07/08 inkluderas.) Lösningar läggs ut på kursens webbsida 16/1. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Granskning alla vardagar 9-13, MV:s exp.

1. Bestäm alla lokala extrempunkter till $f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{8}{x} - y$. (6p)

Ange extrempunkternas karaktär.

2. Beräkna kurvintegralen (6p)

$$\oint_{\gamma} (3x^2 \arctan y) dx + \left(\frac{x^3}{1+y^2} + 2x \right) dy$$

där γ är kurvan $|x| + |y| = 1$ genomlöst ett varv moturs.

3. Beräkna dubbelintegralen (6p)

$$\iint_E e^{x/y} dx dy$$

där E är området som begränsas av positiva y -axeln, linjen $y = 1$ och kurvan $y = \sqrt{x}, x > 0$

4. Bestäm största och minsta värde av funktionen $xy\sqrt{z}$ då x, y och z är ickenegativa tal med summan 1. (6p)

5. Avgör om funktionen (6p)

$$f(x, y) = \frac{x^4 y^2}{(x^4 + y^2)^2}$$

har gränsvärde då $(x, y) \rightarrow (0, 0)$. Motivera väl.

6. Beräkna (6p)

$$\iiint_D x^2 z dx dy dz$$

där D är området som definieras av olikheterna $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ och $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$.

7. (a) Lös den partiella differentialekvationen (6p)

$$xz'_x + yz'_y = 2, \quad x > 0$$

med hjälp av övergång till de nya koordinaterna $u = x^2, v = \frac{x^2}{y^2}$. (Ledning: uttryck z'_x och z'_y med z'_u och z'_v .)

- (b) Bestäm den lösning som uppfyller $z(x, x^2) = 0$. (2p)

8. Ange och bevisa formeln för beräkning av kurvintegral då vektorfältet har en potentialfunktion. (6p)